Dr. Czeglédy István
Dr. Czeglédy Istvánné
Dr. Hajdu Sándor
Novák Lászlóné
Dr. Sümegi Lászlóné
Zankó Istvánné

MATEMATIKA 7.

KOMPETENCIÁK,
ÓRATERV,
TANMENET

Műszaki Kiadó

FEJLESZTÉSI FELADATOK,
TEVÉKENYSÉGEK

KOMPETENCIÁK, ÓRATERV, TANMENET

Óraterv – fejlesztési feladatok

A következő oldalakon látható táblázatokban áttekinthetjük az egyes fejezetek tananyagát, a feldolgozáshoz ajánlott óraszámot, illetve a tananyag elsajátítása során fejleszthető készségeket, képességeket, attitűdöket; **kompetenciákat**.

A tananyag tartalma és a kapcsolódó fejlesztési feladatok, kompetenciák megfelelnek **az Oktatási és Kulturális Miniszter által** a 17/2004. (V. 20.) OM rendelet mellékleteként kiadott, **a Nat-2007-nek megfelelően átdolgozott kerettantervnek**.

A matematika heti óraszámát az iskolák a helyi tantervükben rögzítik. A Kerettanterv *minimális óraszámként* heti 3, évi 111 matematikaórát ír elő. Ezért iskolák egy részében a 7. osztályban heti 3, évi 111 matematikaóra van. A számukra javasolt óraszámokat üres keretbe írtuk. Például: 01−24. óra. Ezekben az iskolákban meg kell elégednünk **a redukált tananyagot,** vagyis a kerettantervi minimumot tartalmazó **alapszintű tankönyv** feldolgozásával. Csak az lehet a célunk, hogy a továbblépéshez nélkülözhetetlen ismereteket, műveleti eljárásokat begyakoroltassuk, és az elvárt **alapkészségeket** kialakítsuk**.**

Matematikából az országos kompetenciamérések feladatsorai „kiszélesítették" a matematikatanítással kapcsolatos követelményrendszert, ha tartalmilag nem is bővítették azt. Rugalmas, jól begyakorolt, szokatlan feladathelyzetekben, gyakorlati problémák megoldására is alkalmazható ismereteket és készségeket várnak el a tanulóktól. Ezeknek a követelményeknek nem tudunk eleget tenni heti három órában.

A matematikai alapozást igénylő társtantárgyak már a felső tagozaton, később a középiskolák matematika-, fizika-, kémiaoktatása feltételezik azt a biztos alapozást, amely csak heti 4 órában valósítható meg.

A biztos matematikai ismeretek és képességek kulcsfontosságú szerepet játszanak a tanulók további tanulmányi sikereiben. Ezért a kiegészítő órakeretből legalább heti 1 *óra „jár" a matematikatanulással kapcsolatos speciális feladatok megoldására, a tehetséggondozásra, a felzárkóztatásra, a kiegészítő anyagrészek megtanítására stb.*

Az iskolák többségében a minimálisan előírt 3 órát legalább 1 órával kiegészítik. Ezekben az iskolákban javasoljuk **a tankönyv bővített változatának** feldolgozását. Ugyanis a tankönyv bővített változatának összeállításakor 185 napos tanítási évet és évi 148 matematikaórát vettünk figyelembe. Az ilyen helyi tanterv alapján dolgozó osztályok számára javasolt óraszámokat szürkére színezett keretbe írtuk: **01−34. óra**

1. Gondolkozz és számolj! 01−24. óra **01−34. óra**

Kompetenciák, fejlesztési feladatok, tevékenységek	**Tananyag**
Pozitív motiváció kialakítása. *A számolási készség fejlesztése* gyakorlati feladatokon keresztül is. *Rendszerező képesség, összefüggéslátás, problémaérzékenység fejlesztése.*	A természetes számokról, az egész számokról, a törtekről és a tizedestörtekről tanultak ismétlése, tájékozódás a számegyenesen; a racionális számok fogalma; racionális számok nagyság szerinti összehasonlítása
Az önálló ismeretszerzés, illetve az önálló gondolkodás igényének alakítása. Induktív és deduktív következtetések. A bizonyítási igény felkeltése. *A tanultak gyakorlati alkalmazása.*	Racionális számok nemnegatív egész kitevőjű hatványai, a hatványozás tulajdonságainak vizsgálata konkrét számfeladatokban – Egynél nagyobb számok normálalakja
Matematikatörténeti érdekességek megismerése. Kombinatorikus gondolkodás, következtetési képesség fejlesztése. *A bizonyítási igény felkeltése. Kreativitás.* Halmazszemlélet fejlesztése. *Az elsajátítás képességének fejlesztése.*	Osztó, többszörös, oszthatósági szabályok; törzsszámok, összetett számok, pozitív egész számok törzstényezőkre bontása; legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös A „tétel” és „bizonyítás” fogalma. Az oszthatósági feladatokban alkalmazzuk a halmazokról tanultakat.
A műveletfogalom mélyítése, a tanult műveleti tulajdonságok *alkalmazása*. *Szövegértelmező, szövegalkotó képesség fejlesztése.* Következtetési képesség fejlesztése összetettebb feladatokban.	Műveletek gyakorlása a racionális számok halmazában; mennyiségek törtrésze; helyes műveleti sorrend, zárójelek alkalmazása – Arány, arányos osztás – Százalékszámítás, kamatos kamat
Kombinatorikus, valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Az adatok gyűjtését, feldolgozását, elemzését, értelmezését, a valószínűségi kísérleteket kooperatív *munkában végeztessük.* Így alakíthatjuk a tanulók *segítőkészségét, együttműködési és konfliktuskezelési képességét, felelősségérzetét, az előítéletek elutasítását, a helyes időbeosztást.* *Problémaérzékenység, problémamegoldás, figyelem, megfigyelőképesség, kezdeményezőképesség.* *A tanultak gyakorlati alkalmazása.*	Statisztikai számítások; grafikonok, diagramok értelmezése, készítése – Valószínűségi kísérletek és számítások Szöveges feladatok megoldása; a számokról, műveletekről, illetve a mérésekről, a terület- és a térfogatszámításról korábban tanultak alkalmazása gyakorlati jellegű feladatokban. Fontosak az olyan „új típusú” szöveges feladatok, amelyek táblázatok, diagramok értelmezéséhez, elemzéséhez kapcsolódnak. Ezekkel a 8.-os országos kompetenciamérésre készítjük fel a tanulókat. *Gyakorlás* − ***1. dolgozat***

2. Hozzárendelés, függvény 25−36. óra 35−50. óra

Kompetenciák, fejlesztési feladatok, tevékenységek	**Tananyag**
Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. A gyakorlati életből vett egyszerű példákban a kapcsolatok felismerése, lejegyzése, ábrázolása. Táblázatok, grafikonok készítése konkrét hozzárendelések esetén. *Tájékozódás a síkon* a derékszögű koordináta-rendszer segítségével. *A függvényszemlélet alakítása.* *Kommunikációs képességek fejlesztése:* fokozatosan elvárható a szaknyelv helyes használata, a fogalmaknak nem csak a helyes értelmezése, hanem a definíciók pontos megfogalmazása is.	A reláció, hozzárendelés fogalma, hozzárendelések tulajdonságainak vizsgálata konkrét feladatokban – A függvény fogalma. Függvények grafikonja; függvénytulajdonságok vizsgálata a függvény grafikonjának elemzése alapján A mindennapi jelenségek, történések vizsgálata grafikon segítségével a 8. osztályos kompetenciamérés szempontjából is fontos lehet.
Egyenes és fordított arányosság felismerése, *alkalmazása gyakorlati jellegű feladatokban és a természettudományos tárgyakban.* Mindennapi tapasztalatok alapján *matematikai modell alkotása. Induktív és deduktív következtetések.* *A szövegértelmező képesség fejlesztése:* szövegelemzés, lefordítás a matematika nyelvére, az eredmény ellenőrzése.	Az egyenes arányosság mint függvény – A lineáris függvény értelmezése, a lineáris függvény grafikonjának vizsgálata, a grafikon ábrázolása; speciális lineáris függvények: az elsőfokú függvény, az egyenes arányosság, illetve a konstans függvény
A számolási készségek fejlesztése. *Logikus gondolkodás, gondolkodási műveletek* (analízis, szintézis, absztrakció, konkretizálás, általánosítás, specializálás, analógia) *fejlesztése.* *Kezdeményező képesség, több megoldás keresése. Kreativitás* (problémaérzékenység, ötletgazdagság, rugalmasság, kidolgozási képesség, eredetiség). *Kommunikáció képességek fejlesztése*: *érvelés, cáfolás, vitakészség;* a felismert összefüggések helyes lejegyzése.	A sorozat mint függvény, sorozathoz szabály keresése, sorozat tetszőleges tagjának kiszámítása adott szabály alapján A fordított arányosság fogalma, grafikonja A függvényekről, sorozatokról tanultak alkalmazása gyakorlati jellegű, „újszerű” feladatokban. A 8. osztályos kompetenciamérésre készítjük fel a tanulókat, ha az arány, arányos osztás fogalmát térképek, nézeti rajzok értelmezésére, műszerek adatainak leolvasására stb. alkalmazzuk. Gyakorlás − **2. dolgozat**

3. Egybevágóság 37−52. óra **51−70. óra**

Kompetenciák, fejlesztési feladatok, tevékenységek	**Tananyag**
Ebben a szakaszban, míg a matematikai ismeretek egy része absztraktabbá válik, addig jelentős részük továbbra is a konkrét tapasztalatokhoz kapcsolódik. Ezért tevékenységgel juttatjuk el a tanulókat az egyszerű geometriai transzformációk megismeréséhez, használatához. Ennek segítségével alakítható ki a későbbiekben a *dinamikus geometriai szemlélet*. Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában. *A tanultak alkalmazása a mindennapi gyakorlatban és a társtantárgyakban,* illetve *új matematikai ismeretek önálló felfedezésében*. *Térszemlélet, megfigyelőképesség, képi problémameglátó képesség fejlesztése.*	A geometriai transzformáció fogalma, vizsgálata; a korábban tanultak felelevenítése játékos feladatokban; az egybevágóság fogalma, a különböző egybevágósági transzformációk fogalmának szemléleti megalapozása A kompetenciamérésekben sok olyan feladattal találkozunk, amelyek megoldására „geometriai játékokkal” (tükrökkel, pausz papírral végzett megfigyelésekkel, parkettázással, síkidomok hajtogatásával stb.) készíthetjük fel a tanulóinkat. *Az elmozdulás megadása irányított szakasszal, a vektor fogalma, párhuzamos vektorok eredője* A fizikában tanult egyes fogalmak (erő, elmozdulás, sebesség) értelmezéséhez szükséges a vektor fogalma, ezért fontos, hogy 7. osztályban a matematikában is értelmezzük ezt a fogalmat. A vektor fogalma a matematikaórán is jól alkalmazható egyes gyakorlati, illetve a térszemléletet fejlesztő problémák megoldásában.
Különböző területekről érkező, más és más módon megfogalmazott információk önálló értelmezésével és az ismeretek megtanulásával fokozatosan el kell sajátítani – és alkalmazni is tudni kell – a deduktív út egyszerűbb, legelemibb formáit. Eközben nem csökken az *induktív út* jelentősége sem. Szerkesztési eljárások gyakorlása, körző, vonalzók, szögmérő helyes használata. *Problémamegoldó képesség fejlesztése* szerkesztésekkel. *Helyes tanulási szokások fejlesztése:* vázlatrajz, megoldási terv készítése, a szerkesztés pontos végrehajtása, a lépések igazolása.	Az eltolás fogalma, tulajdonságai, sokszög eltolással kapott képének megszerkesztése − A tengelyes tükrözés fogalma, tulajdonságai (ismétlés), sokszög tengelyes tükörképének megszerkesztése; tengelyesen szimmetrikus alakzatok − A középpontos tükrözés fogalma, tulajdonságai, sokszög középpontos tükörképének megszerkesztése, középpontosan szimmetrikus alakzatok − Az elforgatás fogalma, tulajdonságai − Szögpárok *Kiegészítő anyag:* Az elfordulás jellemzése irányított szöggel; sokszög elforgatással kapott képének megszerkesztése, forgásszimmetrikus alakzatok Gyakorlás − **3. dolgozat**

4. Algebra 53−72. óra **71−98. óra**

Kompetenciák, fejlesztési feladatok, tevékenységek	**Tananyag**
A műveletekről, műveleti tulajdonságokról, a helyes műveleti sorrendről *tanultak általánosítása, alkalmazásuk új jártasságok kialakításában.* *A számolási készség fejlesztése.* *Emlékezet, összefüggéslátás, rendszerező képesség fejlesztése* *A tanultak gyakorlati alkalmazása:* mindennapi szituációk összefüggéseinek leírása a matematika nyelvén, képletek értelmezése. *Matematikai modell alkotása.*	A műveleti tulajdonságokról korábban tanultak felidézése, tudatosítása − Az algebrai kifejezés, az együttható, a változó fogalma − Algebrai kifejezések helyettesítési értékeinek meghatározása − Egynemű és különnemű algebrai kifejezések − Egynemű algebrai kifejezések összevonása − Egytagú kifejezés szorzása, osztása egytagú kifejezéssel − Többtagú kifejezés szorzása, osztása egytagú kifejezéssel *Kiegészítő anyag:* Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel Az algebrai kifejezésekről tanultakat úgy gyakoroltassuk be, hogy az egyenletek, egyenlőtlenségek átalakítása, a megoldásuk ellenőrzése, a szöveges feladatban adott összefüggések matematikai modelljének felírása, illetve a geometriában (fizikában) tanult képletek alkalmazása ne jelentsen gondot.
A gondolkodási műveletek, az összefüggéslátás, a problémaérzékenység, az elemző, problémamegoldó képesség fejlesztése. Induktív és deduktív következtetések. A mérlegelv megismerése, *jártasság* az egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában.	Egyenlet egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz stb. fogalma − Az egyenletek megoldása a két oldal egyenlő változtatásával (a mérlegelv) − Az egyenlőtlenségek megoldása a két oldal egyenlő változtatásával
Szövegértelmező és szövegalkotó képesség fejlesztése. *Helyes tanulási szokások fejlesztése:* megoldási terv, becslés, a megoldás áttekinthető, szabatos leírása, a megoldás helyességének ellenőrzése, diszkusszió.	Szöveges feladatok megoldása egyenlettel, egyenlőtlenséggel *Kiegészítő anyag:* Törtegyütthatós egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása
A korábban tanultak alkalmazásával új összefüggések, megoldási eljárások *felfedezése.*	Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása Gyakorlás − **4. dolgozat**

5. Síkidomok, testek 73−99. óra 99−132. óra

Kompetenciák, fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tananyag
Matematikatörténeti érdekességek. *Az emlékezet, a megfigyelőképesség, az összefüggéslátás, a rendszerező képesség, a* halmazszemlélet *fejlesztése*. *A bizonyítási igény megerősítése.* *Logikus gondolkodás,* gondolkodási műveletek, *problémameglátó és -megoldó képesség fejlesztése* szerkesztéses, számításos feladatok megoldásával. *Helyes tanulási szokások fejlesztése:* vázlatrajz, megoldási terv készítése, a szerkesztés pontos végrehajtása, a lépések igazolása. *A fegyelmezettség, a következetesség, a pontosság fejlesztése.* *A szaknyelv és az anyanyelv helyes használata.* *Számolási készségek fejlesztése.* *A tanultak gyakorlati alkalmazása.*	Síkidomok, sokszögek: a korábban tanult geometriai fogalmak felelevenítése − A háromszögekről tanultak felelevenítése, kiegészítése, rendszerezése; a háromszögek egybevágóságának alapesetei, háromszögek szerkesztése − A négyszögekről tanultak kiegészítése, rendszerezése; a trapéz, paralelogramma, származtatása, tulajdonságai − A sokszögek területe, a terület mértékegységei, a téglalap, a paralelogramma, a deltoid, a trapéz, a háromszög területe *Kiegészítő anyag:* Paralelogrammák szerkesztése − Tetszőleges sokszög területe − Szabályos sokszögek, belső szögeik nagysága, területük kiszámítása A körrel kapcsolatos fogalomrendszer felelevenítése, rendszerezése; a kör kerülete, a kör (körgyűrű, körcikk) területe
Fontos feladat a képi gondolkodás és a *térszemlélet fejlesztése.* Ezért elengedhetetlen a fogalmak szemléleti megalapozása. A különböző testek sokoldalú vizsgálata (*önálló* vagy *kooperatív munkában*) előzze meg a fogalmak definiálását. Ez a *fogalomalkotás induktív útja.* Ezután viszont kerüljön sor a definíciók pontos megfogalmazására és alkalmazására új összefüggések feltárásában. Vagyis *a fogalomalkotás deduktív útját* is járjuk végig. További fontos feladat a terület- és térfogatszámításról tanultak *gyakorlati alkalmazása.*	Sokszöglapokkal határolt testek − A hasáb származtatása, tulajdonságai, hálója, felszíne − Térfogatmérés, az egyenes hasáb térfogata − Az egyenes körhenger származtatása, tulajdonságai, felszíne, térfogata Föltétlenül adjuk a tanulók kezébe a téglatest, kocka élvázmodelljét, készítsék el és vizsgálják különböző hasábok hálóját. Konzervdoboz segítségével szemléltessük a palást „kiteríthetőségét”. Építtessünk például játékkockákból alakzatokat, rajzoltassuk meg nézeti képeiket. Az ilyen jellegű feladatokkal a 8. osztályos kompetenciamérésre is felkészítjük a tanulókat. Gyakorlás − **5. dolgozat**

6. Összefoglaló 100−111. óra 133−148. óra

Kompetenciák, fejlesztési feladatok, tevékenységek	**Tananyag**
Emlékezet, megfigyelőképesség összefüggéslátás, rendszerező képesség fejlesztése *Helyes tanulási szokások* (a tankönyv, a gyakorló, a kislexikon helyes használata). Halmazszemlélet megerősítése. *Térszemlélet fejlesztése.* *Logikus gondolkodás, gondolkodási műveletek, problémaérzékenység, problémamegoldó képesség fejlesztése.* *Értő-elemző olvasás. Törekvés a szabatos fogalmazásra, a szaknyelv és az anyanyelv helyes használatára.* A nyelv logikai elemeinek helyes használata. *Számolási készségek fejlesztése.* *A tanultak alkalmazása szokatlan gyakorlati jellegű feladathelyzetekben is.*	Számok írása, olvasása, normálalak − Osztó többszörös, oszthatóság − Műveletek a racionális számkörben − Grafikonok − Arány, arányosságok, százalékszámítás − Lineáris függvény − Egyenletek, egyenlőtlenségek − Mérések, mértékegységek − Geometriai számítások − Egybevágóság Az év végi összefoglaláskor gyakoroltassuk a **Kislexikon, tárgymutató,** illetve a tankönyv 6. és 8. oldalán található táblázatok használatát. **6. dolgozat**, összegző tanévzáró értékelés

A következő oldaltól található tanmenetjavaslatban csak áttekintést nyújtunk a felhasználható feladatokról. Javasoljuk a konkrét osztály szintjének, saját koncepciónknak és a helyi tanterv ajánlásainak megfelelő feladatok sorszámának beírását a tanmenetbe.

Célszerű külön-külön számon tartani azokat a feladatokat, amelyek

a minimumkövetelményekhez kapcsolódnak;

a tehetséges tanulóink fejlesztését szolgálhatják;

az elképzeléseinknek megfelelő koncentrációt valósítják meg;

más fejezet tananyagához tartoznak, de a folyamatos ismétlés keretében itt foglalkozunk velük.

A tanmenetjavaslatban a feladatok sorszáma előtt feltüntetjük a fejezet sorszámát is. Például az első fejezet 5. feladatát 1.05., a bővített rész 5. feladatát B1.05. jelöli.

Tanmenet

1. Gondolkozz és számolj!

1–2. óra | 1–2. óra | **Mit tanultunk a számokról?**

Racionális számok. A racionális számokkal kapcsolatos fogalomrendszer áttekintése az osztály tudásszintjéhez igazodva. A racionális számok írása, olvasása, nagyság szerinti összehasonlításuk, ábrázolásuk számegyenesen. Kerekítés, pontosság.

Helyiértékek rendszere a tízes számrendszerben: alakiérték, tényleges érték. Természetes számok és tizedestört alakban adott számok ábrázolása számegyenesen, nagyság szerinti összehasonlításuk. Törtek tizedestört alakja.

Az előző évfolyamokon tanultak ismétlése és kiterjesztése nagyobb helyiértékekre.
Kijelentések logikai értéke. Halmazműveletek.
Mértékegységek átváltása.
A hiányosságok pótlására szervezzünk korrepetálást.

Tk. 1.01–1.14.; Mgy. 1.01–1.44.; Fgy. 2.1.04–2.2.13.

3–5. óra | 3–5. óra | **Hatványozás**

Hatvány; hatványok szorzatalakja, szorzatok hatványalakja.

Számolás 10 (esetleg 0,1) hatványaival.

Jobb képességű csoportban: Azonos alapú hatványok szorzása, osztása, szorzat, hányados hatványozása konkrét számfeladatokban.

Az SI-mértékegységek előtagjainak rendszere (Tk. 6. oldal) Mértékegységek átváltása. Térfogatszámítás. Kombinatorika.

Tk. 1.15–1.26.; Mgy. 1.41–1.52., 1.66–1.85.; Fgy. 2.3.01–14., 2.3.20.

6. óra | 6–7. óra | **1-nél nagyobb számok normálalakja**

A helyiértékek felírása 10 hatványainak segítségével. A normálalak értelmezése.

Redukált változatban csak ismerkedés szintjén dolgozzuk fel ezt az anyagrészt.

Számolás 10 hatványaival. Mértékváltás. Fizikai mennyiségek.

Tk. 1.27–1.31.; Mgy. 1.53–1.61., 1.86–1.87.; Fgy. 2.3.15–19.

7–8. óra | 8–10. óra | **Osztó, többszörös, oszthatósági szabályok**

A 6. osztályban tanult oszthatósági szabályok felelevenítése, új oszthatósági szabályok (a 8-cal, 125-tel, 3-mal és 9-cel való oszthatóság) megismerése.

Halmazok metszete, uniója. Tétel, bizonyítás.

Tk. 1.32–1.41.; Mgy. 1.100–1.101., 1.108–1.125.; Fgy. 1.1.01–02., 2.6.01–15.

9–10. óra | 11–13. óra | **Törzsszámok, összetett számok. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös**

A törzsszám (prímszám) összetett szám fogalma. Számok prímtényezőkre bontása.

Eratoszthenész szitája. Halmazok metszete, uniója. Tétel, bizonyítás.

Tk. 1.42–1.51.; Mgy. 1.102–1.107., 1.126–1.137.; Fgy. 1.1.14., 1.2.02–10., 2.6.16–23.

11–12. óra | 14–16. óra | **Racionális számok összevonása**

Az összevonás gyakorlása a negatív törtek és tizedestörtek körében is. Szöveges feladatok.

Emelt szinten: A számelméletben tanultak alkalmazása törtek egyszerűsítésében, összevonásában.

Számok kerekítése, becslés. Mértékegységek átváltása.
Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.

Tk. 1.52–1.67., B1.01–B1.02.; Mgy. 1.138–1.143.; Fgy. 2.2.08., 2.2.10–12.

Kompetenciamérés: Tk. 1.64–1.66.

13–15. óra | 17–20. óra | **Racionális számok szorzása, osztása**

A szorzás, osztás gyakorlása a negatív törtek és tizedestörtek körében is. Szöveges feladatok. Műveleti tulajdonságok. *Mennyiségek törtrésze,* törtrészből egészrész kiszámítása. *Műveletek sorrendje, zárójelek alkalmazása.*

Mértékváltás, geometriai számítások (terület–, felszín– és térfogatszámítás). Szögmérés.
Egyenes és fordított arányosság. Kördiagram. Hatványozás.

Tk. 1.68–1.96.; Mgy. 1.144–1.174., 9.01–9.07.; Fgy. 2.2.13–24., 2.3.13–14.

Kompetenciamérés: Tk. 1.77–1.78., 1.87., 1.93–1.96.

16. óra | 21. óra | **Arány, arányos osztás**

Tört, hányados, arány, törtrész kapcsolata.

Szöveges feladatok.

Tk. 1.97–1.99.; Mgy. 1.175–1.178.; Fgy. 2.4.01–11.

Kompetenciamérés: Tk. 1.97–1.88.

17–18. óra | 22–26. óra | **Százalékszámítás**

A 6. osztályban tanultak felelevenítése, gyakorlása. *Kamatos kamat.*

Műveletek a racionális számok körében. Törtrész. Egyenes arányosság.

Tk. 1.100–1.110.; Mgy. 1.179–1.196., 9.32–9.33.; Fgy. 2.5.01–22.

Kompetenciamérés: Tk. 1.106–1.107.

19–20. óra 27–28. óra **Statisztikai számítások**

Eloszlások, számtani átlag, a szóródás terjedelme, táblázatok, diagramok, grafikonok készítése, elemzése.

Műveletek a racionális számok körében. Törtrész. Egyenes arányosság. A százalékszámítás gyakorlati alkalmazása.

Tk. 1.111–1.118.; Mgy. 8.01–8.20., 9.25–9.26.

Mindegyik feladat megoldása fontos a kompetenciamérés szempontjából.

21. óra 29–30. óra **Valószínűségi kísérletek**

Gyakoriság, relatív gyakoriság. A nagy számok törvényének és a valószínűség fogalmának megsejtése.

Törtrész. Kombinatorika. A százalékszámítás gyakorlati alkalmazása.
A valószínűség-számítással kapcsolatos fogalmak (esemény, konkrét kimenetel, biztos esemény, lehetetlen esemény, lehetséges, de nem biztos esemény, relatív gyakoriság, valószínűség) kialakításához elengedhetetlen, hogy ténylegesen végeztessünk el valószínűségi kísérleteket, játékokat.

Tk. 1.119–1.122.; Mgy. 8.21–8.30.

Kompetenciamérés: Tk. 1.119., 1.122.

22–24. óra 31–34. óra **Gyakorlás, az 1. felmérés megíratása**

Gyakorlás, rendszerezés, ismétlés, a hiányok pótlásának megszervezése.

Tk. B1.03–B1.23., 1.123.

Kompetenciamérés: Tk. B1.19–B1.20., B1.23., 1.123.

2. Hozzárendelés, függvény

25–26. óra 35–37. óra **Hozzárendelések vizsgálata. Függvények értelmezése, vizsgálata**

Halmaz, elem, eleme, rendezett elempárok, reláció, alaphalmaz, képhalmaz. A megfeleltetések megjelenítése nyíldiagrammal, táblázattal, *grafikonnal. A függvény fogalma. Szám-szám függvény.* Értelmezési tartomány, független változó, függvényérték, értékkészlet. Függvények jelölési módja.

A fogalmak elmélyítése 8. osztályban valósulhat meg, most fontos a jelenségek, folyamatok értelmezése grafikonok segítségével.

Halmazok, logika. Kombinatorika. Műveletek racionális számokkal. Számelméleti fogalmak; osztók száma. Aktuális kiadványokban szereplő grafikonok értelmezése, elemzése. Kapcsolat a fizikában tanultakkal (út, idő, sebesség közti összefüggés, halmazállapot-változások).

Tk. 2.01–2.07.; Mgy. 2.01–2.11.

Kompetenciamérés: Tk. 2.05.

27–28. óra | 38–40. óra | **Egyenes arányosság**

Az egyenes arányosság mint függvény. Arány, arányosság, arányos osztás. Az egyenes arányosság grafikonja.

Összefüggések fizikai mennyiségek között. Százalékszámítással, oldatok keverésével, mozgással kapcsolatos szöveges feladatok. Táblázatok készítése, elemzése.

Tk. 2.08–2.13.; Mgy. 2.01–2.03., 2.26–2.28.; Fgy. 2.4.12–13., 3.2.01–08.

Kompetenciamérés: Tk. 2.10., 2.13.

29–31. óra | 41–43. óra | **Lineáris függvény**

A *lineáris függvény* értelmezése konkrét feladatokkal. Az egyenes arányosság, az *elsőfokú* és *nulladfokú* függvény mint speciális lineáris függvények. Az $y = ax + b$ képlettel adott függvény paramétereinek jelentése. Lineáris függvény grafikonjának megrajzolása. Pontok koordinátáinak meghatározása a függvény grafikonjáról.

Műveletek, műveleti tulajdonságok. Hőmérséklet-változások, idő-út grafikonok.

Tk. 2.14–2.22.; Mgy. 2.23–2.30.; Fgy. 3.2.04–11.

Kompetenciamérés: Tk. 2.16., 2.18., 2.22.

32. óra | 44. óra | **A sorozat mint függvény**

A sorozat mint a pozitív természetes számok halmazán értelmezett függvény. Sorozat elemeinek megadása szabály alapján, néhány elemével adott sorozathoz szabály felírása. Növekvő, illetve csökkenő sorozatok.

Számolás törtalakban, illetve tizedestört alakban adott racionális számokkal. Az algebrai kifejezésekről tanultak előkészítése.

Tk. 2.23–2.24.; Mgy. 2.38–2.39.

33–34. óra | 45–46. óra | **Fordított arányosság**

A fordított arányosság mint függvény. Arány, arányossági következtetések. A fordított arányosság grafikonja. Az egyenes arányosság, a lineáris függvénykapcsolat, illetve a fordított arányosság felismerése, megkülönböztetése konkrét feladatokban.

Összefüggések fizikai mennyiségek között, mozgással kapcsolatos szöveges feladatok. Területszámítás.

Tk. 2.25–2.29.; Mgy. 2.40.; Fgy. 2.4.14–19.

A kompetenciamérésre felkészítés szempontjából mindegyik feladat feldolgozását javasoljuk.

35–36. óra | 47–50. óra | **Gyakorlás, a 2. felmérés megíratása**

Gyakorlás, rendszerezés, ismétlés, a hiányok pótlásának megszervezése.

Tk. B2.01–B2.12., 2.30.

Kompetenciamérés: Tk. B2.06., B2.09–B2.12., 2.30.

3. Egybevágóság

37–39. óra | 51–53. óra | **Ismerkedés a pont–pont függvényekkel**

A *geometriai transzformáció* mint függvény. Pont hozzárendelése ponthoz adott szabály alapján. Az *egybevágósági transzformáció* fogalma. A különböző egybevágósági transzformációk: *tengelyes tükrözés, eltolás, középpontos tükrözés, elforgatás* felismerése.

Vizsgálatok tükörrel, pauszpapírral; parkettázások. A mozgással végrehajtható transzformációk kiválasztása.

Derékszögű koordináta-rendszer. Műveletek egész számokkal.
Alapvető geometriai fogalmak felelevenítése.
A nagyítás-nyújtás és a kicsinyítés-zsugorítás megkülönböztetése.

Tk. 3.01–3.06.; Mgy. 6.01–6.07.

Kompetenciamérés: Tk. 6.03–6.05.

40–41. óra | 54–56. óra | **Az elmozdulás megadása irányított szakasszal. Eltolás**

A vektor fogalma, jelölései. Nullvektor.

Emelt szinten: Két vektor összege (konkrét, szemléletes feladatokhoz kapcsolódóan).

Az eltolás tulajdonságai. Az eltolás modellezése (például áttetsző papír segítségével), végrehajtása párhuzamos egyenesek szerkesztésével.

Merőleges, párhuzamos egyenesek előállítása.

Tk. 3.07–3.10., B3.01–B3.03., 3.11–3.12.; Mgy. 7.05–7.11., 6.08–6.13.;
Fgy. 4.1.01–03., 4.2.06.

Kompetenciamérés: Tk. B3.03.

42–43. óra | 57–58. óra | **Tengelyes tükrözés, tengelyesen szimmetrikus síkidomok**

6. osztályos tananyag ismétlése, rendszerezése, tudatosabb szintre emelése:

A *tengelyes tükrözés* mint a sík t tengely körüli 180°-os elforgatása, a tengelyes tükrözés végrehajtása, tulajdonságai. A körüljárási irány fogalma, a körüljárási irány megfordulásának megfigyelése (például az óra járásának megfigyelése tükörben).

A *tengelyes szimmetria* fogalma, tengelyesen tükrös alakzatok előállítása, vizsgálata (papírhajtogatással, alakzatok kivágásával, tükörrel stb.).

Háromszögekről, négyszögekről tanultak ismétlése, háromszögek, négyszögek szerkesztése, területe.

Tk. 3.13–3.15.; Mgy. 6.14–6.20.; Fgy. 3.2.01., 3.2.05., 4.2.07., 4.2.14–18.

Kompetenciamérés: Tk. 3.14.

A kompetenciaméréseken sok olyan feladat szerepel, amelyek feltételezik, hogy a tanulók ténylegesen vizsgálódtak a fent említett eszközökkel.

44–46. óra | 59–61. óra | **Középpontos tükrözés, középpontosan szimmetrikus síkidomok**

A *középpontos tükrözés* fogalma, tulajdonságai. A sík pont körüli elforgatása 180°-kal (kísérletek, megfigyelések pauszpapírral). A szerkesztés végrehajtása. A tengelyes tükrözés és a középpontos tükrözés összehasonlítása.

Középpontosan szimmetrikus alakzatok.

Derékszögű koordináta-rendszer. Szerkesztések. Háromszög szögösszege. Paralelogramma, téglalap, négyzet, rombusz, szabályos sokszög tulajdonságainak megfigyelése.
Tengelyes tükrözés, tengelyes szimmetria.
Testek tükrözése síkra, tengelyre, pontra.

Tk. 3.16–3.27.; Mgy. 6.21–6.23., 6.26–6.29., 6.31.; Fgy. 4.2.08., 4.2.10., 4.2.19.

Kompetenciamérés: Tk. 3.18., 3.25.

47. óra | 62. óra | **Szögpárok**

Az *egyállású szögek, a csúcsszögek, a váltószögek, a mellékszögek, a társszögek* fogalma, felismerése.

Eltolás, középpontos tükrözés; szögmérés. A paralelogramma, illetve a trapéz belső szögei közti kapcsolat.

Tk. 3.28–3.30.; Mgy. 6.24–6.25., 6.30.

48. óra | 63–65. óra | **Az elfordulás mérése. Forgatás, forgásszimmetrikus alakzatok**

Alapszinten: Forgatás végrehajtása, megfigyelés például pauszpapírral.

Emelt szinten: Az elfordulás jellemzése *irányított szöggel.* Forgásszögek.

A *sík pont körüli elforgatása tetszőleges irányított szöggel* (kísérletek, megfigyelések pauszpapírral). Az *elforgatás tulajdonságai.* A szerkesztés végrehajtása. A középpontos tükrözés mint speciális elforgatás. *Forgásszimmetrikus alakzatok.*

Szögmérés. Szerkesztések. Középpontos tükrözés. Paralelogramma, szabályos sokszögek tulajdonságainak megfigyelése.

Tk. B3.04–B3.08.; 3.31., B3.09–B3.16.; Mgy. 7.15–7.24., 6.19–6.20.; Fgy. 4.2.20–23.

Kompetenciamérés: Tk. B3.04., 3.31., B3.11–B3.12.

49–50. óra | 66–68. óra | **Összefoglalás, gyakorlás**

A 3. dolgozat előkészítése: Mértékegységek, geometriai transzformációk.

A racionális számokról és a függvényekről tanultak ismétlése, a hiányosságok pótlása.

Tk. 3.32., B3.17–B3.28.

Kompetenciamérés: Tk. 3.32., B3.17., B3.19–B3.20.

51–52. óra | 69–70. óra | **3. dolgozat**

Az első félévet záró dolgozat megíratása, javítása. A típushibák megbeszélése. A hiányosságok pótlásának megszervezése.

4. Algebra

53. óra | 71. óra | **Műveleti tulajdonságok**

Műveleti tulajdonságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.

Ismétlés: Hatványok. Alap, kitevő. Szorzat hatványalakja, hatvány szorzatalakja. Azonos alapú hatványok szorzása, osztása, hatvány hatványozása konkrét feladatokban.

Műveletek a racionális számkörben. Műveletek sorrendjének ésszerű megválasztása.

Tk. 4.01–4.03.; Mgy. 1.71–1.80.; Fgy. 2.2.04–07., 2.2.17–21.

Kompetenciamérés: Tk. 4.03.

54. óra | 72–73. óra | **Ismerkedés az algebrai kifejezésekkel**

Algebrai egész kifejezések; változó, együttható, hatvány, alap, kitevő, előjel, műveleti jel, összeg, szorzat.

Fizikai, kémiai, geometriai képletek értelmezése. Szám-szám függvények.

Tk. 4.04.; Mgy. 3.01–3.08.; Fgy. 2.4.09., 2.4.14–15., 2.4.19., 2.7.30.

55–56. óra | 74–75. óra | **Algebrai kifejezések helyettesítési értékének meghatározása**

A helyettesítési érték fogalma, kiszámítása.

Műveletek racionális számokkal. Hatványozás. Műveleti sorrend. Terület, kerület, felszín, térfogat meghatározása ismert adatok helyettesítésével.
Keressenek a tanulók fizikában, kémiában, geometriában tanult képleteket. Értelmezzék azokat. Adott értékekkel számítsák ki a helyettesítési értéküket.
Szám-szám függvények táblázatának kitöltése adott szabály alapján.

Tk. 4.05–4.09.; Mgy. 3.09–3.13., 3.17–3.18.; Fgy. 2.7.01–23.

Kompetenciamérés: Tk. 4.08–4.09.

57. óra | 76. óra | **Egynemű, különnemű algebrai kifejezések**

Egynemű, különnemű algebrai kifejezések fogalma.

Az algebrai egész kifejezésekkel kapcsolatos ismeretrendszer alkalmazása.

Tk. 4.10–4.11.; Mgy. 3.19–3.21.

58–59. óra | 77–78. óra | **Egynemű algebrai kifejezések összevonása**

Algebrai egész kifejezések összevonásának értelmezése, gyakorlása. Szöveges feladatok adatai közti kapcsolatok felírása algebrai kifejezéssel.

Műveletek a racionális számok halmazán. Fizikai, kémiai, geometriai képletek értelmezése, alkalmazása. Szám-szám függvények.

Tk. 4.12–4.16.; Mgy. 3.22–3.28.; Fgy. 2.7.24–31.

Kompetenciamérés: Tk. 4.16.

60. óra | 79. óra | **Egytagú kifejezés szorzása, osztása egytagú kifejezéssel**

Szorzat szorzása, szorzat osztása; az együtthatók szorzásakor, osztásakor a negatív számokra, törtekre tanult szabályok alkalmazása. Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa. Szorzat, hányados hatványozása.

Műveletek a racionális számok halmazán. Műveleti tulajdonságok. Helyettesítési értékek meghatározása. Különböző alapú, azonos kitevőjű hatványok szorzata, hányadosa. Terület-, felszín-, térfogatszámítás.

Tk. 4.17–4.19.; Mgy. 3.29–3.37.; Fgy. 2.7.32–34., 2.7.40.

Kompetenciamérés: Tk. 4.19.

61–62. óra | 80–81. óra | **Többtagú kifejezés szorzása egytagú kifejezéssel**

Összeg, különbség szorzása, osztása. Zárójel használata.

Szorzás, osztás a racionális számkörben. Műveleti sorrend. Terület, felszín, térfogat. Szöveges feladatok adatai, paraméterei közti összefüggések felírása többféleképpen.

Tk. 4.20–4.26.; Mgy. 3.38–3.44.; Fgy. 2.7.35–39., 2.7.41.

Kompetenciamérés: Tk. 4.23–4.26.

82–83. óra | **Többtagú kifejezések szorzattá alakítása kiemeléssel.**
Algebrai egészekkel végzett műveletek gyakorlása

A *redukált programban* nem tananyag. Erre az anyagrészre 8. osztályban visszatérünk, ezért időhiány miatt alapszinten is elhagyható.

Minimumszinten csupán azt követeljük meg, hogy a tanuló képes legyen egyszerű egyenletek mindkét oldalának átalakítására, a megoldás ellenőrzésére, illetve a geometriai (fizikai) összefüggések értelmezésére, alkalmazására.

Együttható, változó, hatvány, alap, kitevő, hatványok felírása szorzatalakban, műveletek hatványokkal. Egynemű, különnemű kifejezések. Összeg, szorzat szorzása; többtagú kifejezések szorzása egy taggal. Területszámítás.

Tk. B4.01–B4.06., B4.07–B4.12.; Mgy. 3.45–3.50.; Fgy. 2.7.42–43.

63. óra | 84. óra

Egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség

Ismétlés: A 6. osztályban tanultak felidézése. Alaphalmaz, igazsághalmaz.

Szorzás, osztás a racionális számkörben. Műveleti sorrend. Halmaz, részhalmaz.

Tk. 4.27–4.29.; Mgy. 4.01–4.02.

Kompetenciamérés: Tk. 4.28–4.29.

64–65. óra | 85–86. óra

Egyenletek megoldása a mérlegelv alkalmazásával

Ismétlés: Egyenletek megoldása a két oldal egyenlő változtatásával. Az algebrai kifejezésekkel végzett műveletekről tanultak alkalmazása egyenletek megoldásában.

Műveletek a racionális számok halmazán. Műveleti sorrend. Egynemű kifejezések összevonása, összeg szorzása számmal.

Tk. 4.30–4.34.; Mgy. 4.07–4.10.; Fgy. 2.8.02., 2.8.07., 2.8.09., 2.8.11., 2.8.23.

66–67. óra | 87–88. óra

Egyenlőtlenségek megoldása a két oldal egyenlő változtatásával

A *mérlegelv* alkalmazása egyenlőtlenségek megoldásában. A megoldáshalmaz ábrázolása számegyenesen.

Műveletek a racionális számok halmazán. Műveleti sorrend. Ellentett, negatív számok szorzása, osztása.

Tk. 4.35–4.37.; Mgy. 4.11–4.16.; Fgy. 2.8.01., 2.8.03., 2.8.08., 2.8.10.

89–90. óra

Törtegyütthatós egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása

A *mérlegelv* alkalmazása törtegyütthatós egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában.

Műveletek a racionális számok halmazán. Műveleti sorrend. A törtek egyszerűsítéséről, bővítéséről, közös nevezőre hozásáról, összevonásáról, szorzásáról és osztásáról tanultak alkalmazása az egyenlet, egyenlőtlenség két oldalának átalakításában.

Tk. B4.13–B4.20.; Mgy. 4.18–4.21.; Fgy. 2.8.12–13., 2.8.15–18.

68–70. óra | 91–93. óra

Szöveges feladatok megoldása egyenlettel, egyenlőtlenséggel

Egyszerű, majd *összetett szöveges feladatok* megoldása egyenlettel, egyenlőtlenséggel, illetve egyenlet nélkül – következtetéssel, „okoskodással”.

Műveletek a racionális számok halmazán. Műveleti sorrend. Geometriai, fizikai, kémiai számítások. Arányosság, arány. Százalékszámítás.

Tk. 4.38–4.42., B4.21.; Mgy. 4.22–4.31.; Fgy. 2.8.25–28.

Kompetenciamérés: Tk. 4.38. *a*), *d*), *e*), 4.42. *a*), *c*)

94–95. óra **Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása**

Lineáris egyenlettel, egyenlőtlenséggel megoldható szöveges feladatok grafikus megoldása. Lineáris egyenletek megoldhatóságának vizsgálata.

Lineáris függvény grafikonja. Szöveges feladatok a fizika, a kémia tárgyakból, valamint a gyakorlati életből. Kerület, terület.

Tk. B4.22–B4.32.; Mgy. 3.38–3.44.; Fgy. 2.7.41., 2.8.07–10., 2.8.14.

Kompetenciamérés: Tk. B4.23. B4.30., B4.31. *b*), *d*), *g*), B4.32.

71–72. óra 96–98. óra **Gyakorlás, 4. felmérés**

A *mérlegelv* alkalmazása egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában. Szöveges feladatok megoldása. A hiányosságok pótlása.

Tk. B4.33–B4.43., 4.43.; Fgy. 2.9.01–17.

Kompetenciamérés: Tk. B4.40. *d*), *e*), B4.43 *b*), 4.43.

5. Síkidomok, testek

73–74. óra 99–100. óra **Alapfogalmak, alaptételek** (olvasmány)
Síkidomok, sokszögek

Síkidomok, sokszögek; konvex és konkáv síkidomok, sokszögek, a sokszögek átlóinak száma, a sokszögek kerülete.

Kombinatorika. Derékszögű koordináta-rendszer. Hosszúságmérés. Térgeometriai vizsgálatok.

Tk. 5.01–5.06.; Mgy. 3.38–3.44.; Fgy. 1.1.09., 3.4.02.

Kompetenciamérés: Tk. 5.06.

75–76. óra 101–103. óra **Háromszögek**

Háromszögek. Elnevezések, jelölések, a háromszög magassága. Háromszögek csoportosítása oldalai és szögei szerint. Háromszög-egyenlőtlenség. A belső és a külső szögek közti kapcsolat. A belső szögek összege.

Emelt szinten: A külső szögek összege. Az oldalak és a szögek közti kapcsolat.

Egybevágósági transzformációk. Szög, szögmérés, szögpárok.
Egyenlet, egyenlőtlenség. Arány, arányos osztás.
Halmaz, részhalmaz. Osztályozás. Kombinatorika.

Tk. 5.07–5.17., B5.01–B5.15.; Mgy. 7.33–7.43.; Fgy. 2.8.30., 4.1.17–19.

Kompetenciamérés: Tk. 5.07., 5.13–5.14.

77–78. óra | 104–106. óra | **A háromszög szerkesztése**

Háromszögek szerkesztése. Az egyértelmű szerkeszthetőség feltételei. Speciális háromszögek egyértelmű szerkeszthetőségének feltételei. *A háromszögek egybevágóságának alapesetei. A háromszög magasságvonalai.*

Jobb csoportnak: Az alapeseteken túlmenő szerkesztések és bizonyítások.

Speciális szögek szerkesztése.

Tk. 5.18–5.25., B5.16–B5.22.; Mgy. 7.44–7.50.; Fgy. 4.1.22–23.

79. óra | 107. óra | **Négyszögek**

A *négyszögekről* tanultak rendszerezése. Osztályozásuk különböző szempontok szerint (tengelyesen szimmetrikus, középpontosan szimmetrikus négyszögek). *A négyszögek belső szögeinek összege.*

Tk. 5.26–5.31.; Mgy. 7.51–7.63.; Fgy. 1.1.11–13., 1.2.17.

80. óra | 108–109. óra | **Trapéz**

Trapéz. A trapéz meghatározása, elnevezések. Speciális trapézok: húrtrapéz, paralelogramma, derékszögű trapéz.

Jobb csoportban: A trapéz szerkesztése.

Halmaz, részhalmaz. Logika.
Tengelyes és középpontos tükrözés; szimmetria.
Szög, szögmérés, szögek szerkesztése, szögpárok.
Háromszögek szerkesztése.

Tk. 5.32–5.35., B5.23–B5.31.; Fgy. 2.8.31., 4.1.26.

Kompetenciamérés: Tk. B5.23–B5.24.

81–82. óra | 110–112. óra | **Paralelogramma**

A *paralelogramma* származtatása, meghatározása (többféleképpen), tulajdonságai. Csoportosításuk különböző szempontok szerint. *Speciális paralelogrammák* tulajdonságainak vizsgálata. A paralelogrammák, speciális paralelogrammák (téglalap, négyzet, rombusz) szerkesztése. *Jobb csoportban:* Összetettebb szerkesztések és bizonyítások.

Mit értünk definíción? Halmaz, részhalmaz. Logika.
Derékszögű koordináta-rendszer.
Tengelyes és középpontos tükrözés.
A háromszögszerkesztés alapesetei.
Szög, szögmérés, szögek szerkesztése, szögpárok. A négyszög szögeinek összege

Tk. 5.36–5.51., B5.32–B5.42.; Mgy. 5.14.; Fgy. 4.1.20. 4.1.24–25.

Kompetenciamérés: Tk. 5.42–5.46.

83–85. óra | 113–116. óra | **A sokszög területe**

A területszámításról tanultak ismétlése: A terület fogalma, mértékegységei; a téglalap és a négyzet területe.

A paralelogramma, deltoid és a trapéz területe. A háromszög magasságvonala, területe.

Jobb csoportban: Tetszőleges sokszög területének meghatározása háromszögekre bontással. *Szabályos sokszögek* tulajdonságainak vizsgálata, belső szögeik nagysága, területük meghatározása konkrét feladatokban.

Műveletek törtekkel. Arány, arányosság. Derékszögű koordináta-rendszer. Háromszögek szerkesztése.

Tk. 5.52–5.72., B5.43–B5.49.; Mgy. 5.08–5.42., 7.25–7.32.; Fgy. 4.1.26., 2.4.06–08., 2.8.29., 4.1.28–30.

Kompetenciamérés: Tk. 5.53., 5.56., 5.63., 5.64. *b*), 5.71., 5.72. *c*), B5.46. *d*)

86–88. óra | 117–119. óra | **A kör**

Körvonal, körlap, a körrel kapcsolatos fogalomrendszer (sugár, átmérő, szelő, húr, körív, körszelet, körcikk, körgyűrű); középponti szög.

A kör kerülete, területe.

A területszámítás folyamatos ismétlése. Szögek mérése.

Tk. 5.73–5.91.; Mgy. 5.43–5.48.; Fgy. 4.1.27., 4.1.47–48., 4.1.52–53.

Kompetenciamérés: Tk. 5.80., 5.84–5.86.

89–91. óra | 120–123. óra | **Sokszöglapokkal határolt testek**
A hasáb

Sokszöglapokkal határolt testek építése, tulajdonságaik vizsgálata.

Redukált szinten nem foglalkozunk külön a sokszöglapokkal határolt testekkel. A téglatestről tanultak ismétlésekor tekintjük át a legfontosabb ismereteket.

Az egyenes hasáb származtatása, hálója, felszíne, elnevezések.

Halmazok, logika. Területszámítás, sokszögek területe. Testek nézeti képei.

Tk. 5.92–5.95.; 5.96–5.101.; Mgy. 3.16.; Fgy. 4.3.01–04.

Kompetenciamérés: Tk. 5.95., 5.99.

92–94. óra | 124–126. óra | **Az egyenes hasáb térfogata**

A *térfogatszámítás* ismétlése. A térfogat és az űrtartalom mértékegységei; a téglatest és a kocka térfogata. *Az egyenes hasáb térfogata.* Gyakorlati alkalmazások.

Számok normálalakja. Fizika: sűrűség, tömeg.

Tk. 5.102–5.115.; Mgy. 5.49–5.83.; Fgy. 4.3.05–09.

Kompetenciamérés: Tk. 5.114.

95–97. óra | 127–130. óra | **Az egyenes körhenger**

Az egyenes körhenger származtatása, felszíne, térfogata. Gyakorlati alkalmazások.

A terület-, felszín- és térfogatszámítás folyamatos ismétlése. Algebrai kifejezés helyettesítési értéke.

Tk. 5.116–5.123.; Mgy. 5.84–5.92.; Fgy. 1.1.09., 3.4.02.

Kompetenciamérés: Tk. 5.122. *i*), 5.123. *a*), *b*)

98–99. óra | 131–132. óra | **Gyakorlás, az 5. felmérés megíratása**

Az esetleges hiányosságok pótlása.

Értékelés, a típushibák megbeszélése, a felzárkóztatás megszervezése.

Tk. B5.50–B5.68., 5.124.

Kompetenciamérés: Tk. B5.58., B5.62–B5.68., 5.124.

6. Összefoglaló

100–103. óra | 133–136. óra | **Számtan, számelmélet, algebra**

Számok írása a tízes számrendszerben. Hatványozás. Normálalak. Osztó, többszörös, oszthatóság. Műveletek a racionális számkörben. Műveleti sorrend, zárójelek használata. Egyszerű és összetett szöveges feladatok megoldása.

Algebrai kifejezések. Egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség, azonos egyenlőtlenség. A mérlegelv alkalmazása egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában. Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megoldható szöveges feladatok.

Tk. 6.01–6.12., B6.01–B6.11.

104–105. óra | 137–138. óra | **Függvények**

Grafikonok. Arány, arányos osztás. Egyenes és fordított arányosság. Százalékszámítás. Lineáris függvény. Egyenletek grafikus megoldása.

Tk. 6.13–6.20., B6.12–B6.22.

106–108. óra | 139–141. óra | **Geometria, mérés**

Egybevágósági transzformációk. Síkidomok, háromszögek, négyszögek. Szerkesztésük. A sokszögek és a kör kerülete, területe. A hasábok és a henger felszíne, térfogata.

Tk. 6.21–6.37., B6.23–B6.36.

109–111. óra | 142–144. óra | **6. dolgozat**

A tanévet záró dolgozat megíratása, javítása.

megoldás? Melyik feltételt hogyan kellene változtatni, hogy változzon a megoldások száma?
Az ilyen diszkusszió szinte minden szerkesztési feladatnak fontos és hasznos lépése lehet.

6. *A terület fogalma, mértékegységei.* A téglalap, *a paralelogramma,* a *deltoid,* a *trapéz* és a *háromszög területe.* Tetszőleges sokszög területének meghatározása a sokszög háromszögekre bontásával.
7. A *körrel* kapcsolatos fogalomrendszer. A kör kerülete, területe.
8. *Sokszöglapokkal határolt testek* (poliéderek) építése, tulajdonságaik vizsgálata, *felszínszámítás.*
9. A *hasáb* mint speciális poliéder származtatása, tulajdonságainak vizsgálata, testhálója, felszíne.

   Különböző hasábok hálójának elkészítése.
10. A *térfogatszámításról* tanultak ismétlése.
    Az *egyenes hasáb térfogata*, a tanultak gyakorlati alkalmazása.
11. Az *egyenes körhenger* származtatása, tulajdonságai, felszíne, térfogata. A tanultak gyakorlati alkalmazása.

Differenciálás

A tananyag jellegéből az is következik, hogy a különböző színvonalon álló osztályok (tanulók) számára igen eltérő módon választhatjuk meg a feldolgozás módszerét, ütemét és absztrakciós szintjét.

A differenciálás nem a tananyag mennyiségében és tartalmában, hanem a feldolgozás mélységében és a feladatok összetettségében valósítható meg.

Minimumszinten elégedjünk meg azzal, hogy az alapvető összefüggéseket a tanuló önállóan alkalmazni tudja egyszerű feladatok megoldásában. (A szakiskolákban általában nem várnak többet az általános iskolától.)
A *középiskolába készülő*, illetve *középiskolai tagozatra járó* tanulóinktól elvárhatjuk, hogy az összefüggéseket önállóan felismerjék, a definíciókat pontosan (értelmesen és alkalmazásképesen) megtanulják, az egyszerű bizonyítások gondolatmenetét elsajátítsák, a tanultakat összetett feladatokban is képesek legyenek alkalmazni.

Az *országos kompetenciaméréseken* (8. osztályban) ehhez a témakörhöz kapcsolódóan a térszemléletet és a képi problémamegoldó képességet vizsgálják. Testhálóknak, élváz modellek rajzainak, épített testek vagy a mindennapi életben előforduló testek nézeti rajzainak az értelmezését, rácssokszögek területének meghatározását várják el a tanulóktól. Ezért ezeket az elvárásokat is *minimumkövetelményeknek* kell tekintenünk.

Kapcsolódási lehetőségek

Halmazok, logika

A fogalmak tisztázásához, az összefüggések felkutatása, az alakzatok vizsgálata és rendszerezése során jól alkalmazhatjuk a halmazokról, illetve logikából tanultakat. Ilyen típusú feladat például: *állítások igazságának eldöntése, tulajdonsággal megadott halmaz elemeinek kiválasztása* Halmaz és részhalmaz közti kapcsolat vizsgálata.

Kombinatorika

Térelemek közti kapcsolatok feltárása. Sokszög átlói számának meghatározása. Megoldhatóság vizsgálata, összes megoldás keresése.

Számtan, algebra

A geometriai számítások alkalmasak a számtan, algebra témakörhöz tartozó teljes ismeretanyag gyakorlására, az ott tanultak gyakorlati alkalmazására. Gyakoroltathatjuk a mértékegységek átváltását, a normálalak használatát, a tizedestörtekkel, a törtekkel végzett műveleteket, a hatványozást, a műveletek sorrendjéről, zárójelhasználatról tanultakat, a százalékszámítást. Feleleveníthetjük az arány, az egyenes és fordított arányosság fogalmát. Egyenlettel megoldható szöveges feladatokat oldathatunk meg. Például:

a háromszögek, négyszögek belső szögeivel kapcsolatosan;

a kerület-, terület-, felszín- és térfogatszámítással kapcsolatosan.

Az általános összefüggések megfogalmazása, különböző alakban való felírása, a képletek alkalmazása az algebrai kifejezések összevonásáról, szorzásáról, szorzatra bontásáról, a helyettesítési érték kiszámításáról korábban tanultakat alkalmazzuk.

Relációk, függvények, sorozatok

Sok feladatban alkalmazzuk a derékszögű koordináta-rendszert.

Vizsgáljuk, hogyan függ a sokszög csúcsainak számától az átlók száma, az egy csúcsból kiinduló átlók által meghatározott háromszögek száma stb.

Tetszőleges oldalhosszúságú téglalap területének, illetve tetszőleges élhosszúságú téglatest térfogatának meghatározása során egyenes arányossági következtetéssel igazoljuk az általános összefüggést. A mértékegység átváltásakor felhívhatjuk a figyelmet a mérőszám és a mértékegység közti fordított arányosságra.

A kerület-, terület-, felszín-, térfogatképleteket is hozzárendelési szabályoknak tekinthetjük, amelyek a különböző alakzatokhoz egyértelműen hozzárendelik a kérdéses mennyiség értékét. Vizsgáltathatjuk, hogyan változik a képlet számértéke, ha változnak az adatok? Hogyan kell változtatni az adatokat, hogy a számérték ne változzék?

Hasábok vizsgálata során összefüggést kerestethetünk az alaplap (háromszög, négyszög, ötszög, ...) csúcsainak száma, valamint a hasáb csúcsainak, éleinek, lapjainak száma között.

A tananyag-feldolgozás áttekintése

Alapfogalmak, alaptételek

Jobb képességű, érdeklődő tanulókkal, beszélgetés keretében javasoljuk a feldolgozást (ha jut rá idő). Ne kérjük számon ezeket a fogalmakat.

Tudatosítsuk, hogy 7. osztálytól kezdve egyre inkább törekednünk kell a fogalmak pontos értelmezésére, definiálására és a felismert összefüggések bizonyítására.

A beszélgetésben arra is kitérhetünk, hogy mi a „definíció” és mi a „tétel”, mi köztük a különbség. Hogyan kell egy fogalmat definiálni. A későbbi fejezetek anyagának feldolgozásakor, a fogalmak felelevenítése során példákat kereshetünk helyes definíciókra, elemezhetjük a hibásakat.

Síkidomok, sokszögek

Ismétlésként felelevenítjük a síkidom-sokszög fogalomkörrel kapcsolatos fogalmakat. Vizsgáljuk a konvex és konkáv síkidomokat (sokszögeket). Meghatározzuk a sokszögek kerületét, átlóiknak számát.

A **Tk. 5.06.** feladat a kocka élváz modelljéhez kapcsolódóan térgeometriai problémákat vet fel.

Háromszögek

A középiskolába készülő tanulók számára utalhatunk az 5. osztályos matematikakönyvben található (részletezőbb) meghatározásra: A háromszög három oldala záródó töröttvonalat (háromszögvonalat) alkot, és a háromszög a síknak az a része, amelyik ezen a töröttvonalon belül van.

A háromszög tulajdonságainak vizsgálata lehetőséget ad:

az eddigi tapasztalatok, ismeretek rendszerezésére;

az ismeretek rövid, szabatos megfogalmazására;

a bizonyítás mint (deduktív) ismeretszerzési módszer megismerésére, alkalmazására, a bizonyítási igény és a logikus gondolkodás fejlesztésére;

egyéb geometriai alapismeretek, alapszerkesztések felelevenítésére;

a halmazszemlélet, kombinatorikus szemlélet fejlesztésére.

Ha a körülmények (osztálylétszám, óraszám, a tanulók tudása, érdeklődése) megengedik, a tananyag feldolgozását kombinatorikus problémával kezdhetjük. Például:

Hány egyenest határozhat meg 1 pont, 2 pont, 3 pont stb.? Ha azt is kikötjük, hogy 3 vagy annál több pont esetében egyik három sem esik egy egyenesbe, akkor a feladat a kombinatorika nyelvén megfogalmazva így szól: Adott n számú elemből hányféleképpen választható ki kettő? Megjegyezhetjük, hogy *alaptételnek* tekintjük a következőt: két ponton át pontosan egy egyenes húzható.

A **Tk. 5.07.** feladatban is hasonló kombinatorikus gondolat van. Ha a lehető legtöbb metszéspont számát kérjük, akkor szintén n elem másodosztályú kombinációinak számát keressük. A feladat bővíthető az egyenesek számának növelésével. A legjobbak valószínűleg észreveszik, hogy n egyenes maximális metszéspontjának a száma: $\frac{n(n-1)}{2}$

A lehető legtöbb metszéspont esetében keletkezik a legtöbb síkrész. Ha az egyenesek száma n, akkor a síkrészek száma $(n+1)$-gyel több a metszéspontok számánál:

$$\frac{n(n-1)}{2}+n+1=\frac{n^2-n+2n}{2}+1=\frac{n(n+1)}{2}+1$$

A kapott síkrészek számával kapcsolatban megkérdezhetjük, hogy közülük hány korlátos, és a korlátosak milyen sokszögek. Ebből a gondolatmenetből is adódhat a háromszög tankönyvben leírt meghatározása.

A háromszög magasságával ebben a tanévben a területszámítással kapcsolatban is foglalkoztunk. Most csak felelevenítjük. Érdemes itt is megemlíteni az oldal és oldalegyenes, a magasság és a magasságegyenes közötti kapcsolatot, illetve különbözőséget.

A háromszög tulajdonságainak összegyűjtése alkalmas a *bizonyítás* mint ismeretszerzési módszer megismertetésére, alkalmazására. A bizonyítás során a meghatározó tulajdonságot, az ismert alaptételeket (axiómákat) és a már eddig bizonyított tételeket felhasználva újabb összefüggéshez jutunk.

A háromszög-egyenlőtlenség tétele a háromszög meghatározásával és azzal az axiómával igazolható, hogy két pont távolsága (a köztük lévő legrövidebb út) a pontokat összekötő szakasz.

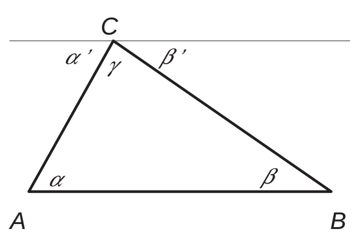
A háromszög szögei közti kapcsolatok közül a tankönyvben először a külső szög és a nem mellette lévő két belső szög összegének egyenlőségét bizonyítjuk, majd ezt a bizonyított tételt használjuk fel a belső szögek összegéről szóló tétel bizonyítására. A két bizonyítás sorrendje meg is fordítható. Először a belső szögek összegét bizonyítjuk, és ezt a tételt használjuk fel a külső szög tulajdonságának igazolására. *Például:*

Tétel

Bármely háromszög belső szögeinek összege $180°$.

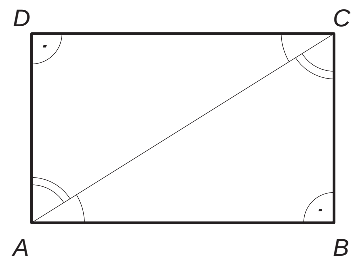
Bizonyítás:

Jelölje az ABC háromszög belső szögeit α, β, γ. A háromszög C csúcsán át az AB oldallal párhuzamost húzunk. A γ szög mellett két másik szög keletkezett. Ezek közül az α' az α-nak, a β' a β-nak váltószöge, tehát $\alpha=\alpha'$ és $\beta=\beta'$.



Mivel $\alpha'+\gamma+\beta'=180°$, az előbbiek miatt $\alpha+\beta+\gamma=180°$.

Egy másik *bizonyítás* lehet a következő:
Tekintsük bizonyítottnak, hogy bármely téglalap két egybevágó derékszögű háromszögre bontható.



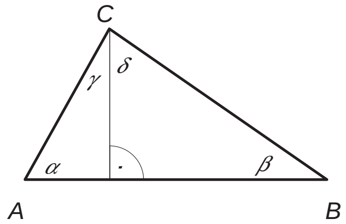
$ABC\triangle \cong CDA\triangle$;

$ACB\sphericalangle = CAD\sphericalangle$;

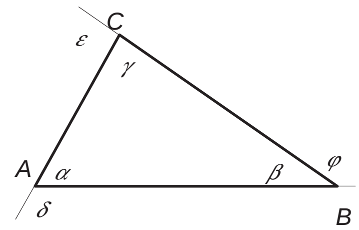
$CAD\sphericalangle + CAB\sphericalangle = 90°$,

$ACB\sphericalangle + ACB\sphericalangle = 90°$.

Ezért a derékszögű háromszög két hegyesszögének összege $90°$.



Az $ABC\triangle$-ben a C csúcsból merőlegest húzunk az AB oldalra, két derékszögű háromszöget kapunk. A két derékszögű háromszög két-két hegyesszögének összege éppen az $ABC\triangle$ belső szögeinek összegével egyenlő, ami az előzőek alapján $(90°+90° =)\ 180°$.



Ha először a háromszög belső szögeinek összegéről szóló tételt bizonyítjuk, akkor ezzel a külső és belső szögek kapcsolatának az igazolása így történhet:

$\alpha + \delta = 180°$ és $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, ezért $\delta = \beta + \gamma$.

A háromszög oldalai és szögei közti kapcsolattal a tankönyv bővített változata foglalkozik.

Sokszor kell hangsúlyoznunk, hogy egy tételt csak azzal a tétellel bizonyíthatunk, amelyet alaptételnek fogadunk el, vagy amelyet már előzőleg bizonyítottunk.

A háromszög szerkesztése

A szerkesztési feladatok megoldása során vizsgáljuk a következő kérdéseket:

A megadott adatok függetlenek-e egymástól?

Teljesülnek-e azok az összefüggések, amelyeket a háromszög oldalairól és szögeiről tanultunk?

Ha teljesülnek a feltételek, akkor egyértelműen megszerkeszthetők a háromszögek?

Azokban a szerkesztéses feladatokban, amelyekben az adatok közti kapcsolatok nehezebben vehetők észre, hívjuk fel a tanulók figyelmét a megoldás lépéseire (bővített tankönyv **5.** példa)

Az „egyértelműen megszerkeszthető” kifejezés jelentése köti össze a háromszögszerkesztés alapeseteit és az egybevágóság alapeseteit. Az egybevágóság alapeseteit sokszor felhasználhatjuk egyéb bizonyítások felépítésében is, ezért ezeket az ismereteket jól gyakoroltassuk be.

A derékszögű és egyenlő szárú háromszögek szerkesztését a 6. osztályban részletesen tárgyaltuk. Most azt hangsúlyozzuk, hogy ezek szerkesztése is 3 adatból történik, de az adatok közül egyet vagy kettőt már ismerünk.

A szerkesztési feladatok megoldása sok gyereknek még magasabb évfolyamokon is gondot jelent. *Minimumszinten* nem léphetünk túl a háromszögszerkesztés alapesetein. Ezért javasoljuk, hogy ebben a témakörben gondosan mérlegeljük a differenciálás lehetőségeit.

Négyszögek

Sokféleképpen osztályozzuk a négyszögeket, felhasználva az előzőleg megismert tulajdonságokat. Több oldalról akarjuk megközelíteni azokat a tulajdonságokat, amelyekkel egyértelműen meghatározhatók a speciális négyszögek. Nem minden tanulótól várhatjuk el a meghatározó és nem meghatározó tulajdonságok közötti különbség felismerését. De ha többször is találkoznak az összehasonlítással, megkönnyíthetjük a középiskolai ismeretek befogadását.

Ha az osztály szintje megengedi, akkor például a **Tk. 5.26.** feladat továbbfejlesztésével a logikai ismereteket erősíthetjük. Az adott alaphalmazból a **B,** az **C** és az **F** állításokkal ugyanazok a négyszögek választódnak ki. De ezekkel az állításokkal bármilyen más négyszögek halmazából válogatva ugyanaz lenne az igazsághalmaz. Ezért ezek az állítások egymással helyettesíthetők.

Felhívjuk a figyelmet a **Gy. 7.64.** feladatra. Ebben áttekintjük és elemezzük, hogy egyes négyszögek hány adatból szerkeszthetők meg.

Trapéz

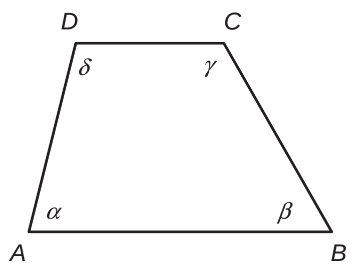
A tankönyv bevezető **5.33.** feladata lehetőséget ad a paralelogrammák, speciális paralelogrammák és a szimmetriák ismétlésére.

A trapéz meghatározásának leggyakoribb módja található a tankönyvben. Erre épülnek az elnevezések is. Keressünk egyéb meghatározó tulajdonságokat a szögekkel kapcsolatban. Például:

> A trapéz olyan négyszög, amelyben van két szomszédos szög, amelyek összege 180°.

Ebből a meghatározásból kiindulva bizonyítható, hogy a négyszögnek van két párhuzamos oldala.

Bizonyítás:



$\alpha + \delta = 180°$. A két szög egyik szára közös, tehát *társszögek.* A társszögek szárai páronként párhuzamosak: $AB \| DC$.

A négyszög belső szögeinek összegéből vagy két oldal párhuzamosságából adódik, hogy a másik két szög összege: $\beta + \gamma = 180°$

A rendszerszemlélet kialakítása céljából vetessük észre, hogy a húrtrapéz tengelyesen szimmetrikus trapéz (van *csúcsaira nem illeszkedő* szimmetriatengelye), a paralelogramma középpontosan szimmetrikus trapéz. A téglalap rendelkezik mindkét tulajdonsággal, tehát húrtrapéz is és paralelogramma is.

Figyeltessük meg, hogy a „húrtrapéz” elnevezés nem helyettesíthető az „egyenlő szárú trapéz” elnevezéssel, mert ez a tulajdonsága a paralelogrammának is megvan. Nem helyettesíthető a ätengelyesen szimmetrikus trapézö elnevezéssel sem, mert a (nem négyzet) rombusz is tengelyesen szimmetrikus trapéz. Ezekkel a kérdésekkel például a **Tk. 5.33.** feladat feldolgozásához kapcsolódva foglalkozhatunk.

A húrtrapéz tulajdonságait 6. osztályban tárgyaltuk.

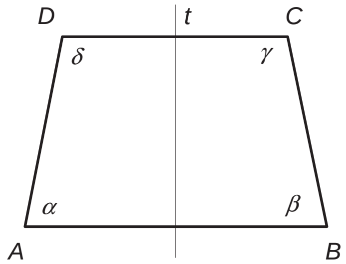
A trapézok halmazából a következő tulajdonságokkal választhatók ki:

Az egyik alapján fekvő két szöge egyenlő.

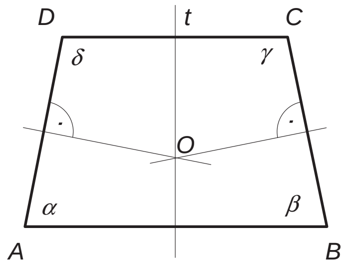
Az egyik alap felezőmerőlegesére tengelyesen szimmetrikus.

Átlói egyenlők.

Köréje kör húzható (ezért húrtrapéz).



A tükrösség miatt a szárak felezőmerőlegesei a tükörtengelyen metszik egymást. Ez a metszéspont mind a négy csúcstól egyenlő távolságra van ($OA = OB = OC = OD$). Ezért ha a trapéznak van az alapokat felező tükörtengelye, akkor kör húzható köréje.
A húrtrapéz nem meghatározó tulajdonsága: a szárai egyenlők.

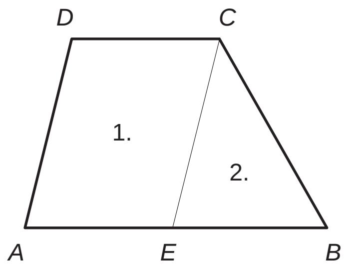


A trapéz szerkesztése

A tankönyv bővített változatában szereplő fejezet.

A háromszög szerkeszthetőségéből kiindulva állapítjuk meg a trapéz szerkesztéséhez szükséges adatok számát.

A trapézt egy egyenessel egy paralelogrammára és egy háromszögre bonthatjuk. Az 1. jelű paralelogramma szerkesztéséhez három adat szükséges, a 2. jelű háromszöghöz már csak egy újabb adat kell. Ez az újabb adat a trapéz egyik szára (a CB szakasz) vagy a két alap különbsége (EB szakasz). Ez a felbontás segít a trapéz négy oldalból történő megszerkesztésében.



A paralelogramma származtatása, tulajdonságai

A tankönyvben a paralelogrammát a szemközti oldalak párhuzamosságával határozzuk meg. A **Tk. 5.26.** feladattal kapcsolatban már korábban is felismerhették a tanulók, hogy a szemközti oldalak egyenlősége és a középpontos szimmetria is alkalmas tulajdonság a paralelogrammáknak a négyszögek közüli kiválasztására. A paralelogrammát a két tulajdonság közül bármelyikkel meghatározhatjuk. Ezeket a tulajdonságokat alapszinten a szemléletre támaszkodva állapítjuk meg.

Emelt szinten tanulók számára megmutathatjuk, hogy bármelyik *meghatározó tulajdonsággal* bizonyítható a többi tulajdonság. Csak arra kell vigyáznunk, hogy a bizonyításnál alkalmazott állításokat alaptételnek (axiómának) fogadjuk el vagy már bizonyított tételek legyenek. Például a felsorolt paralelogramma-tulajdonságok közül az elsőből következik a második.

A paralelogramma szemközti oldalai párhuzamosak, ezért a szemközti oldalai egyenlők.

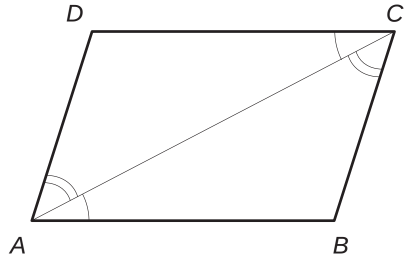
Bizonyítás

Bizonyított állításnak, tételnek fogadjuk el a következőket:

Két háromszög egybevágó, ha egy oldalban és a rajta fekvő két szögben megegyezik.

Ha két egyenlő szög egy-egy szára párhuzamos, akkor a másik pár szár is párhuzamos. A két szög vagy egyállású, vagy fordított állású (csúcsszögek, váltószögek).

Húzzuk meg az $ABCD$ paralelogramma AC átlóját!



1. A kapott két háromszögben az azonos körívvel jelölt szögek egyenlők, mert megfelelő száraik párhuzamosak (váltószögek). A két háromszög az AC oldalban megegyezik.
2. Az ABC és CDA háromszögek egybevágók. Ebből következik, hogy a megfelelő oldalak egyenlők; $AB = DC$ és $BC = AD$.

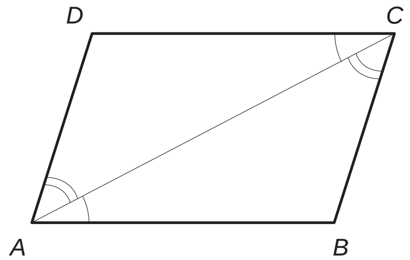
Tehát a paralelogramma szemközti oldalai egyenlők.

A most bizonyított állítás megfordítható.

A paralelogramma szemközti oldalai egyenlők, ezért a szemközti oldalak párhuzamosak.

A bizonyítás lépéseinek sorrendje éppen fordítottja az első bizonyítás lépéseinek.

1. Ha a négyszög szemközti oldalai egyenlők, akkor az ABC háromszög egybevágó a CDA háromszöggel.
2. Az egybevágóság miatt az azonos körívvel jelölt szögek egyenlők. Egyik pár száruk egy egyenesbe esik, ezért váltószögek, a másik pár száruk párhuzamos.



Tehát a paralelogramma szemközti oldalai párhuzamosak.

Ha a paralelogrammát a középpontos szimmetriával határozzuk meg, akkor a középpontos szimmetria tulajdonságait bizonyítottnak tekintve, a többi 6 tulajdonság egyetlen lépéssel igazolható.

A téglalapot úgy határozhatjuk meg, hogy egyenlő szögű paralelogramma. Az „egyenlő szögű” tulajdonsággal bármilyen négyszögek halmazából is téglalapok választódnak ki.

Emelt szinten ez a témakör is alkalmas arra, hogy a középiskolába készülő, illetve középiskolai tagozatra járó tanulók ismerkedjenek a „szükséges”, az „elégséges” és a „szükséges és elégséges” feltételek fogalmával.

Az egyenlő szögű négyszög biztos, hogy paralelogramma, hiszen a szomszédos szögek összege 180°, társszögek, ezért a szemközti oldalak párhuzamosak. Úgy is mondhatjuk, hogy az „egyenlő szögű” tulajdonság *elégséges, de nem szükséges* feltétele annak, hogy a négyszög *szemközti oldalai párhuzamosak* legyenek, hiszen van nem egyenlő szögű paralelogramma is. A szemközti oldalak párhuzamossága *szükséges, de nem elégséges* feltétele annak, hogy a négyszög egyenlő szögű legyen.

A téglalap átlói felezik egymást, mert paralelogramma, egyenlők, mivel egymás tükörképei. Ezért a téglalap köré kör húzható. Minden derékszögű paralelogramma körbe írható. Minden körbe írható paralelogramma derékszögű. A paralelogrammák halmazában a körbe írhatóság *szükséges és elégséges* feltétele a derékszögűség, a derékszögűségnek szükséges és elégséges feltétele a körbe írhatóság.

A *rombusz* leggyakoribb meghatározása: egyenlő oldalú paralelogramma. Elég lenne csak azt mondani, hogy olyan paralelogramma, amelynek két szomszédos oldala egyenlő. Az „egyenlő oldalú” tulajdonsággal nemcsak a paralelogrammák közül, hanem bármilyen négyszögek közül is pontosan a rombuszok választódnak ki.

A paralelogrammák közüli kiválasztás a következő tulajdonságokkal is történhet:

Átlói a paralelogramma szögeit felezik.
Szimmetrikus az átlóira.

A felsorolt tulajdonságok bármelyikével bizonyítani lehet a többit. A téglalaphoz hasonlóan vizsgálhatjuk a rombusz két-két tulajdonságát abból a szempontból is, hogy azok közül az egyik *szükséges* vagy *elégséges*, vagy *szükséges és elégséges* feltétele a másiknak.

Például:

Szükséges, de nem elégséges feltétel:

Az átlók felezik egymást.
A szemközti szögek egyenlők.

Elégséges, de nem szükséges feltétel:

Négy szimmetriatengelye van.
90°-os elforgatással önmagával fedésbe hozható.

Szükséges és elégséges feltétel:

Mindkét átlójára szimmetrikus.
Az átlók felezik a szemközti szögeket.

A rendszerszemlélet kialakítását szolgálja egyrészt a **Tk. 5.42.** halmazelméleti eszköztudást alkalmazó feladat, másrészt (az előző feladathoz kapcsolódó) **Tk. 5.43–5.46.** feladatsor. Az utóbbi feladatokhoz hasonló típusú feladatok előfordulnak az *országos kompetenciamérésekben* is.

A paralelogramma szerkesztése

Milyen mélységben, mennyiségben foglalkozunk a paralelogramma szerkesztésével, függ attól is, hogy a tanulók kellően begyakorolták-e a háromszögszerkesztés alapeseteit, és ismerik a paralelogramma-tulajdonságok közötti összefüggéseket. Ha mindkét elvárásnak megfelelnek, akkor a paralelogramma szerkesztése nem új anyag, hanem az előzőek alkalmazása. Ez az oka annak, hogy a tankönyvben csak két példát mutatunk be. Bevésésként egy-egy megszerkesztett paralelogrammán elemezzük a tulajdonságokat, a gyerekek szerezzenek jártasságot az összefüggések leírásában, elmondásában.

Redukált program

Az osztály képességeinek figyelembevételével annyit és olyan mélységben tanítunk meg ebből az anyagrészből, amennyire idő jut.

Emelt szint

Egyrészt túllépünk a háromszög tanult alapszerkesztéseinek közvetlen alkalmazásán, másrészt nem konkrét adatokkal adjuk meg a feladatot, így a tanuló az általa felvett adatokkal dolgozik. Ezért nagyobb hangsúlyt kap a diszkusszió. Vizsgáljuk, hogy mi a feltétele annak, hogy a felvett adatokkal a paralelogramma megszerkeszthető legyen.

A feladatok zömében kerületet és később területet is számítunk. A számításokkal kapcsolatos hibák könnyebben kiküszöbölhetők, ha előzőleg megszerkesztették az alakzatot.

A síkidomok területe

A korábbi években foglalkoztunk a terület fogalmával, mértékegységeivel, a téglalap és a négyzet területének kiszámításával. Ezeket az ismereteket konkrét feladatok megoldásával eleveníthetjük fel (**Tk. 5.52–5.55.**). Az országos *kompetenciaméréseken* egyrészt rácssokszögek területének meghatározásával vizsgálják (**Tk. 5.53.**), hogy a tanuló rendelkezik-e a terület szemléletes fogalmával, másrészt azt nézik, hogy tudja-e szokatlan feladathelyzetben (**Tk. 5.56.**), a gyakorlatban alkalmazni ezeket az ismereteket.

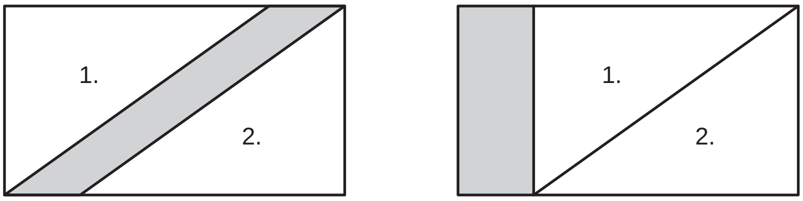
A tankönyv feladatait célszerű kiegészíteni *tényleges mérési feladatokkal* (udvar, szoba, asztallap területének becslése, a szükséges adatok megmérése után a számítások elvégzése). A tanultak gyakorlati alkalmazásához szervezhetünk terepmérést. Tanulóink jelentős részének gondot okoz a terület mértékegységeinek átváltása, a hiányosságokat gondosan megtervezett folyamatos ismétléssel pótoltassuk (például **Gy. 5.08–5.09.** feladatsor ilyen célt szolgálhat).

A témakörre szánt órák megtervezésénél vegyük azt is figyelembe, hogy a területszámítást a felszín- és térfogatszámítással párhuzamosan is gyakoroltatjuk, sőt már korábban is gyakoroltuk a racionális számokkal végzett műveletek, a függvények és az algebrai kifejezések alkalmazásaként. Később, 8. osztályban, Pitagorasz tételének gyakorlása ad jó lehetőséget a területszámításról tanultak ismétlésére és rögzítésére.

A tankönyvben (az emlékeztetőben) felsorolt négy alaptétel jelentésének a tisztázására és nem a szó szerinti megtanítására célszerű a hangsúlyt fektetnünk. Az utolsó (4) alaptétel nem minden tanuló számára nyilvánvaló. Föltétlenül értessük meg, hogy ezt az alaptételt kimondva megállapodunk abban, hogy *az átdarabolás során nem változik meg a sokszög területe.*

A *téglalap területképletét* minimumszinten négyzetlapokkal történő lefedéssel idéztessük fel. Az átlagos vagy az átlagosnál jobb képességű tanulókkal viszont gondoltassuk végig, hogy tetszőleges – nem csak egész mérőszámú – oldal esetén miért érvényes a tanult képlet (lásd **Tk. 2.30.** feladat, illetve a tankönyv magyarázata).

Tudatosítsuk (csuklósan összeillesztett modellel mutassuk meg), hogy a *paralelogramma területének* kiszámításához két oldal ismerete nem elegendő. Az átdarabolásokat ténylegesen végeztessük el (a felmérések eredményei azt mutatják, hogy egyszeri magyarázat alapján a tanulók többsége nem sajátítja el ezt az ismeretet). Az ábrán – a tankönyvben ismertetett több lépésből álló átdarabolás helyett – egy kevésbé szokványos megoldást mutatunk be.



A paralelogramma területszámításával párhuzamosan (esetleg differenciált egyéni munkában) megoldathatunk egyszerű szerkesztési és a *kerületszámítással* kapcsolatos feladatokat. Ez utóbbit azért is fontosnak tartjuk, mert a tanulók mintegy egyharmada még 7. osztályban is „keveri” a két fogalmat. (A feladatok többsége ezért kéri a kerület kiszámítását is.)

A *deltoid területének* meghatározása előtt ismételjük át a deltoid korábban tanult definícióját, vizsgáljuk a legfontosabb tulajdonságait. A deltoid területét legegyszerűbben téglalappá kiegészítéssel határozhatjuk meg, de ha a tanulók felismerik az átdarabolhatóságot, akkor azt is fogadjuk el.

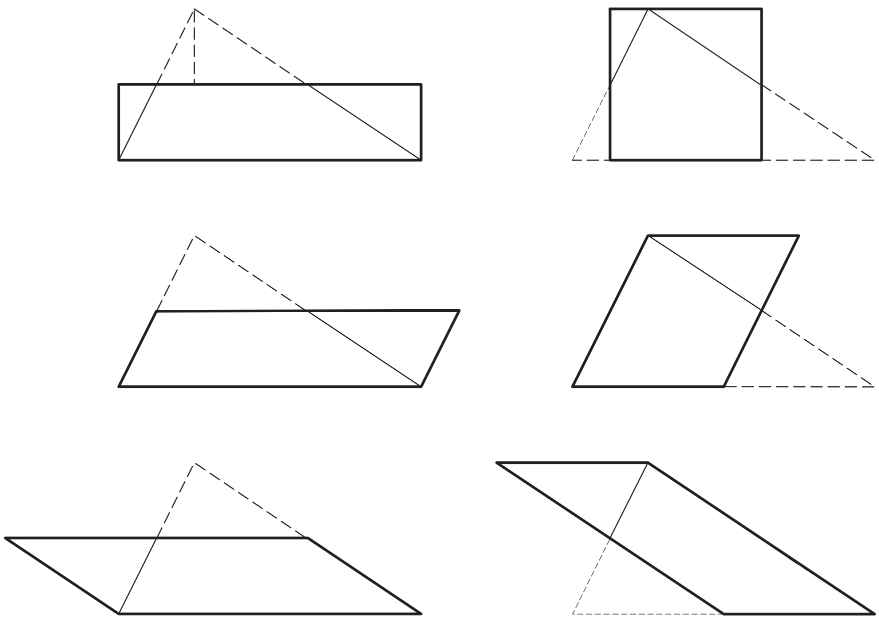
Tudatosítsuk, hogy a *rombusz* speciális paralelogramma és speciális deltoid, így a területét kétféleképpen is kiszámíthatjuk (**Gy. 5.16., 5.22–5.25.** feladat).

A tankönyv a *trapéz területének* kiszámítására megmutatja a tanulók számára kézenfekvőbb átdarabolást is. Ennek előnye, hogy a trapéz középvonalának fogalmát is tudatosíthatjuk. Ugyanakkor tudatosítanunk kell, hogy az ilyen átdarabolás nem végezhető el minden esetben. Ezért célszerű a középpontos tükrözést alkalmazva paralelogramma területére visszavezetni a számítást.

A háromszög magasságával már korábban is foglalkoztunk (például a **Tk. 5.68.** feladahoz hasonló feladatokban). Ennek ellenére a tompaszögű háromszög magasságának megrajzolása, megszerkesztése a tanulók egy részének gondot jelenthet (lásd **Gy. 5.27–5.28.** feladat). Hívjuk fel a tanulók figyelmét a tiszta, pontos szerkesztésre, ellenőrizzük a körző „üzemképességét”.

Jobb képességű csoporttal a középpontos szimmetriát alkalmazva bizonyíttathatjuk, *alapszinten „megmutatjuk”,* hogy a paralelogrammát az átlója két egybevágó háromszögre bontja. Következésképpen a háromszög területe fele a háromszöget kiegészítő paralelogramma területének. Ennek előnye, hogy az előzőleg tanult ismeret szilárdabbá válhat.

Ha a tanulócsoport „elbírja” (és „befér” a tanévbe), akkor most különböző átdarabolásokkal igazolhatjuk a háromszög területére vonatkozó összefüggést (ezek is kapcsolhatók régebbi tapasztalatokhoz), s majd a középpontos tükrözés tanulásakor visszatérhetünk a tankönyvben bemutatott gondolatmenetre.



$T = a \cdot \frac{m}{2}$ $\qquad$ $T = \frac{a}{2} \cdot m$

A háromszögről tanultak alkalmazásaként (elsősorban a tankönyv bővített változatában) foglalkozunk *tetszőleges sokszögek* területének meghatározásával, az adatokat méréssel határozzák meg a tanulók (**Tk. 1.** példa).

Érdemes tudatosítanunk, hogy 7. osztályban az adatokat általában (a sokszög megszerkesztése után) méréssel tudjuk csak meghatározni; 8. osztályban és középiskolában olyan tételeket is tanulunk, amelyek segítségével számítással határozhatók meg a szükséges adatok. Ekkor a szerkesztés és a mérés már nem lesz elfogadható.

A sokszögek átdarabolásával kapcsolatosan elbeszélgethetünk Bolyai Farkas munkásságáról, és megemlíthetjük a nevéhez fűződő közismert tételt:

Ha két sokszög területe egyenlő, akkor az egyik véges számú lépésben átdarabolható a másikba.

Vagyis bármilyen sokszögből bármilyen alakú, vele egyenlő területű sokszöghöz eljuthatunk úgy, hogy véges számú részre szétvágjuk, és a darabokat valahogyan összeillesztjük.

A bővített tankönyvben foglalkozunk konkrét szabályos sokszög tulajdonságainak vizsgálatával, meghatározzuk belső szögeik nagyságát, illetve a területüket.

A kör

Elevenítsük fel az alapvető elnevezéseket és fogalmakat: *körvonal, körlap, sugár, átmérő, húr, szelő, körív, körgyűrű, körszelet, körcikk.*

A kör kerülete
A kör területe

A körvonal hosszának, illetve a körlap területének becslése nemcsak matematikatörténeti szempontból érdekes. Betekintést nyújt a matematikai analízis („közelítés”, „határérték”) eszköztárába is.

A kör kerületének és területének kiszámítását minden tanulótól elvárhatjuk. A körív hosszának, a körgyűrű, a körcikk, a körszelet területének kiszámítását csak a jobb jegyért követelhetjük meg.

Vetessük észre a tanulóinkkal, hogy adott körben, a körcikkhez tartozó középponti szög, a körív hossza és a körcikk területe *egyenesen arányos* mennyiségek.

Gyengébb csoportban, illetve *időhiány esetén* elhagyhatjuk ez utóbbi ismeretek tárgyalását.

Felhívjuk a figyelmet a **Tk. 5.79.** és az **5.83.** feladatokra, amelyek megoldásakor nem szokványos módon kell alkalmazni a tanultakat.

Sokszöglapokkal határolt testek

Ennek és a következő fejezetnek a tárgyalása során ismételjük át az 5. és a 6. osztályban tanultakat, tárjuk fel és pótoltassuk az esetleges hiányosságokat. Folyamatos ismétlésként, képesség és tudásszint szerint differenciálva dolgoztassuk fel a Matematika 7. Gyakorló **5.49–5.67.** feladatsorát.

Az olyan korlátos térrészt, amelyet véges sok sokszöglap határol, poliédernek nevezzük. Az elnevezést és a definíciót általános iskolában, *alapszinten* nem tanítjuk, de azt javasoljuk, hogy a hasáb fogalmát különböző testek, ezek között poliéderek *építésével, vizsgálatával* szemléletileg alapozzuk meg (**Tk. 5.91–5.94.** feladat). A térszemlélet fejlesztése céljából a testmodelleket házi feladatként vagy csoportmunkában munkamegosztással a tanulók készítsék el. A modellezőkészlet sokszögeiből öntapadó ragasztóval minél több testet állítsanak össze és vizsgáljanak meg. (A középiskolában már nem lesz mód ilyen tapasztalatgyűjtésre, pedig egyes szakmákban feltétel a jó térszemlélet.)

A vizsgálatokban a következőket összegezhetjük:

1. Milyen felületdarabok határolják a testet, csak sokszöglapok vagy más felületdarabok is? (A „görbe lap” elnevezés használata szemléletes, de vitatható!) Kiteríthető-e a test felülete a síkban?

   Mutassunk vegyesen helyes és hibás hálózatokat! A tanulók döntsék el, hogy melyikből lehet poliédert összeállítani.

   Nagyon hasznos, ha a tanulók önállóan készítenek hálózatokat, és azokat vizsgálják. Eközben felvethetünk olyan kérdéseket, hogy mely élek lesznek párhuzamosak, metszők, kitérők, merőlegesek; mely lapok lesznek párhuzamosak, merőlegesek, melyek kerülnek egymás mellé stb.

Megvizsgálhatjuk azt is, hogy az egyes poliédereket minimálisan hány él mentén kell „felvágni”, hogy síkban kiteríthető hálót kapjunk.

A modellek megválasztásával ne erősítsük azt az elképzelést, hogy a geometriai vizsgálatok körébe csak olyan testek tartoznak, amelyeket meg tudunk nevezni (például: gömb, hasáb, kocka, henger). Célszerű a testmodellek közé kavicsot, csődarabot stb. is beválogatnunk.

2. Rögzítsük, hogy mit nevezünk *lapnak, élnek, csúcsnak, lapátlónak, testátlónak.* Hány éle, csúcsa, lapja van a poliédernek? Minden élt két lap tartalmaz (közönséges poliéder esetén). Egy csúcsban legalább hány él találkozik?

   A középiskolában a tanulónak és a tanárnak egyaránt gondot jelent, hogy a tanulók nem ismerik a szaknyelvet, nem tudják definiálni a fogalmakat, ezért a definíció és az elnevezések megtanulását a *középiskolába készülő* tanulóinktól követeljük meg. Nem verbalizmusra, „magolásra” gondolunk. Ha a szaknyelvet következetesen használjuk, használatát a tanulótól is megköveteljük, akkor az „direkt tanulás” nélkül is elsajátítható.

3. A vizsgálatok aktuális célja a hasáb (mint speciális poliéder) definiáló tulajdonságainak felismertetése.

4. Felelevenítjük és tudatosítjuk a felszín fogalmát, pontosabban azt, hogy mit jelent a sokszöglapokkal határolt testek felszíne. Konkrét esetekben, a szükséges adatok megmérésével, hogyan számíthatjuk ki a felszínt. Tetszőleges poliéder felszínének meghatározása azzal az előnnyel jár, hogy a tanuló nem képletek „bemagolására” és mechanikus alkalmazására törekszik, hanem a konkrét feladatban *a területszámításról tanultakat alkalmazza.* Akkor megnyugtató a tanuló tudása, ha nem azért tudja kiszámítani a felszínt, mert tudja a képletet, hanem *azért tud önállóan megfogalmazni általános összefüggéseket, mert konkrét esetekben ki tudja számítani a sokszöglapokkal határolt testek felszínét.*

Tisztán kell látnunk, hogy a terület-, kerület-, térfogat- és felszínszámítás 7. osztályban elsősorban „fizikai” és nem „geometriai” probléma. Néhány kivételtől eltekintve nem számítással adjuk meg a hiányzó adatokat, hanem méréssel. Ezért a határok közé szorítással, az értékes jegyek meghatározásával stb. figyelembe kell vennünk a mérés pontosságát.

Például egy négyzet alakú lemez egy oldalát különböző pontossággal adhatjuk meg:

Ha $a = 0{,}4$ m, ez azt jelenti, hogy $0{,}35 \text{ m} \leqq a < 0{,}45$ m.

Így a lemez területe $0{,}35^2 \text{ m}^2$ és $0{,}45^2 \text{ m}^2$ közé esik:

$0{,}123 \text{ m}^2 \leqq T < 0{,}203 \text{ m}^2$; $T = (0{,}16 \pm 0{,}04) \text{ m}^2$.

Ha $a = 0{,}40$ m, ez azt jelenti, hogy $0{,}395 \text{ m} \leqq a < 0{,}405$ m;

a területe: $0{,}1563 \text{ m}^2 \leqq T < 0{,}1643 \text{ m}^2$; $T = (0{,}160 \pm 0{,}004) \text{ m}^2$.

Ha $a = 0{,}400$ m, ez azt jelenti, hogy $0{,}3995 \text{ m} \leqq a < 0{,}4005$ m;

a területe: $0{,}1596 \text{ m}^2 \leqq T < 0{,}1604 \text{ m}^2$; $T = (0{,}1600 \pm 0{,}0004) \text{ m}^2$.

Emelt szinten tanuló csoportban vagy differenciált egyéni munkában (a megtanítás igénye nélkül) felismertethetjük tanulóinkkal az *egyszerű poliéder* lapjainak (L), éleinek ($É$) és csúcsainak száma (C) közti *Euler*-féle összefüggést: $É = L + C - 2$. Ellenpéldával rávilágíthatunk arra, hogy ez az összefüggés nem vonatkozik a nemegyszerű poliéderekre. (Az egyszerű poliéder bármely két csúcsa összeköthető élekből álló töröttvonallal.)

Emelt szinten feldolgoztathatjuk a következő feladatsort:

125 darab egységkockából felépítünk egy tömör kockát. Mekkora a kocka éle?

(1) Az így felépített kocka minden csúcsáról elveszünk egy egységkockát.

(2) Az így felépített kocka minden élének közepéről elveszünk egy egységkockát.

(3) Az így felépített kocka minden lapjának közepéről elveszünk egy egységkockát.

a) Mennyi a keletkezett test térfogata és felszíne?

b) Hány csúcsa (C), éle ($É$), lapja (L) van a keletkezett testnek?

c) Érvényes-e az *Euler*-féle összefüggés: $É = L + C - 2$?

d) Eljuthatunk-e a keletkezett test egy adott csúcsából bármelyik csúcsra az élek mentén haladva?

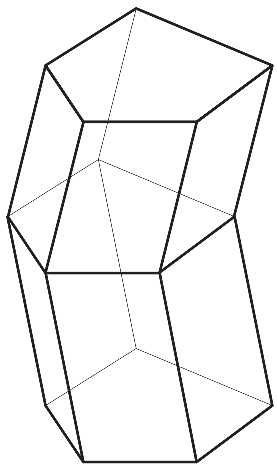
Az Euler-tételre az általános iskolások számára is igen szemléletes bizonyítást találunk például *Hajós György Bevezetés a geometriába* (Tankönyvkiadó, 1960) című könyvének 195–196. oldalán. Hálás szakköri téma!

A *redukált változatban* ezzel a résszel nem foglalkozunk ebben a mélységben. A térgeometriai ismereteket a hasáb származtatásakor felelevenítjük.

A hasáb

A hasáb származtatása, hálója, felszíne

A hasábot speciális poliéderként értelmezzük. Így a tanuló nem készen kapja a definíciót, hanem konkrét hasábokat vizsgálva felismeri a jellemző tulajdonságokat (lásd az előző fejezetben leírtakat). Ez a származtatás véleményünk szerint jobban megfelel az „építsük fel a matematikát” alapelvnek. Lehetőséget ad a terminológia elsajátítására és a felszín fogalmának elmélyítésére. A másik lehetséges megközelítést 8. osztályban a henger fogalmának általánosításához kapcsolódva tekintjük át.



Fontos, hogy a tanulók a hasábot akkor is felismerjék, ha nem az alaplapján áll, például egy oldallapján fekvő prizma, egy sátortető, a vasúti töltés is hasáb. Ehhez kezükbe kell adni vagy velük kell elkészíttetni a modelleket. Tisztázzuk, hogy a téglatest és a kocka is egyenes hasáb.

Hívjuk fel a figyelmet a definíció pontos megfogalmazására. Például ezt a testet két egybevágó sokszög és paralelogrammák határolják, ennek ellenére ez nem hasáb.

Követeljük meg a tanulóktól az elnevezések pontos használatát.

Mindenképpen készíttessük el néhány hasáb hálóját. A fogalom kialakulásához, a térszemlélet fejlődéséhez elengedhetetlen a tényleges térbeli tevékenység. A felszínszámítás jó alkalmat biztosít a területszámításról tanultak alkalmazására.

Az egyenes hasáb térfogata

A továbblépéshez tisztáznunk kell, hogy a tanulók értik-e a térfogat fogalmát, elsajátították-e mértékegységeit, emlékeznek-e a térfogat- és az űrtartalom-mértékegységek közti összefüggésre, ki tudják-e számítani a téglatest és a kocka térfogatát.

Motiválhatja a tanulókat, ha a tankönyv feladatain túl, gyakorlati jellegű feladatokat is kapnak (például lakásuk térfogatának a kiszámítását). Felméréseink szerint a térfogatszámítással és űrméréssel kapcsolatos elemi ismereteket legfeljebb a tanulók egyharmada tudja megbízhatóan.

Az emlékeztetőt a térfogat fogalmát pontosító *alaptételek* megfogalmazásával kezdi a tankönyv. Ez és az ezt követő gondolatmenet – a téglatest térfogatának kiszámítására – elsősorban a jobb képességű tanulóknak szól, de még tőlük sem célszerű ezek megtanulását megkövetelni. Azt azonban lehetőleg minden tanulóval láttassuk be, hogy *a testek átdarabolásával nem változik meg a térfogatuk.*

A tetszőleges egyenes hasáb térfogatának kiszámításában a területszámításnál elsajátított út analógját járjuk végig:

téglatest térfogatának kiszámítása;
paralelogramma alapú hasáb átdarabolása téglatestté;
háromszög alapú hasáb mint a paralelogramma alapú hasáb fele;
sokszög alapú hasáb darabolása háromszög alapú hasábokra.

A térfogatszámítás gyakorlása során újra átismételtethetjük a területszámításról tanultakat. A tankönyv és a Matematika 7. Gyakorló elegendő feladatot tartalmaz a folyamatos ismétléshez is (**Tk. 5.108–5.113.; Gy. 5.72–5.83.** feladat). A **Tk. 1.114.; Gy. 5.81., 5.83.** feladatsorral az új ismeretek gyakorlását összekapcsolhatjuk a fizikában tanult ismeretek felelevenítésével.

Megemlítjük, hogy a poliéderekre nem érvényes Bolyai Farkas tételének térbeli analógja. Ha két poliédernek egyenlő a térfogata, akkor nem biztos, hogy az egyik átdarabolható a másikba.

Az egyenes körhenger származtatása,
Az egyenes körhenger felszíne
Az egyenes henger térfogata

A henger fogalmának kialakítását ne definícióval, hanem modellezéssel, tapasztalatgyűjtéssel kezdjük (**Tk. 1.** példa, **5.115.** feladat). Erre támaszkodva jobb képességű tanulóink önállóan is megfogalmazhatják a definíciót.

Az **1.** példa a körhenger mint forgástest származtatását készíti elő. Korábban vizsgáltuk egy egyenestől adott távolságra lévő pontok halmazát, és végtelen hengerfelülethez jutottunk. Ez a tapasztalat is fontos a henger fogalmának kialakításához.

A **Tk. 5.115.** *a*) feladatra támaszkodva újabb szemléletes értelmezésre nyílik alkalom.

Ha egy körlapot a síkjára merőlegesen eltolunk a térben, akkor az eredeti és az eltolt körlap, valamint a határoló körvonal által „súrolt" felület egyenes körhengert zár közre.

A **2.** példa a hengerpalást „kiterítését" szemlélteti. Itt említjük meg, hogy a hengerpalást területének kiszámítása a példában adott módon igen szemléletes, de matematikai értelemben nem tekinthetjük bizonyításnak. Ugyanis éppen a „kiterítést" nem értelmezzük, csak szemléletünkre támaszkodva elfogadjuk.

Az egyenes henger térfogatának kiszámításánál elfogadtatjuk, hogy ugyanaz az összefüggés érvényes, mint a hasáb esetében. Az összefüggés egzakt bizonyításához az általános iskolában nem rendelkezünk a megfelelő ismeretekkel, de a bizonyítás elvét megsejtethetjük (lásd az apró betűs megjegyzést).

Fontos (nem csak a *kompetenciamérés* szempontjából!), hogy tanulóink gyakorlati jellegű feladatokban (**Tk. 5.118., 5.121., 5.122.**) is képesek legyenek alkalmazni a tanultakat. Ezekkel a feladatokkal a terület-, felszín-, térfogatszámításról, illetve a mértékegységek használatáról, a racionális számokkal végzett műveletekről tanultakon túlmenően például a százalékszámítást is gyakoroltathatjuk.

Fejtörő feladatok

A tankönyv bővített változatában szereplő fejezet.

A **Tk. B5.58.** feladatsor a térszemléletet fejlesztő játékos feladatokat tartalmaz.

A **Tk. B5.60–B5.61.** gyakorlati jellegű feladatok a fizikában tanult ismeretek (sebesség, sűrűség) alkalmazására is lehetőséget biztosítanak.

A **Tk. B5.62–B5.68.** feladatsort (tartalmilag és formailag is) a kompetenciamérések e témakörhöz kapcsolódó feladatainak mintájára építettük fel.

Tudáspróba

Kompetenciákat is mérő, fejlesztő értékelést szolgáló feladatsor.

6. Összefoglaló feladatok

Úgy szervezzük meg az összefoglalást, hogy legyen alkalmunk az alapvető ismeretek felmérésére és a hiányosságok pótlásának megszervezésére. Csökkenthető az év végi ismétlés óraigénye akkor, ha a számtan, algebra témakörhöz tartozó ismereteket a 4. fejezet tárgyalása során folyamatosan, intenzíven gyakoroltattuk, illetve a geometriához kapcsolódó ismereteket az 5. fejezet összefoglalásakor áttekintettük.

A hiányosságok pótlására legalább most szervezzünk korrepetálást.

Megjegyezzük, hogy a 6. fejezet feladatai nem csak az év végi összefoglalás céljait szolgálhatják. Jól alkalmazhatók ezek a feladatsorok a témazáró dolgozatok előkészítésekor és a folyamatos ismétlés során is.

A feladatokban piros színnel szedtük azokat a fogalmakat, amelyek megbeszélésére fel kívánjuk hívni a figyelmet.

Számtan, számelmélet, algebra

A témakör összefoglalásakor – ha ez gondot okoz tanulóinknak – folyamatosan ismételhetjük a mértékegységek átváltását.

A témakör ismétlését a tankönyv a következőképpen tagolja:

1. *Számok írása a tízes számrendszerben. Normálalak*

A számok írásának gyakorlását kapcsoljuk össze a racionális számok fogalomrendszerének ismétlésével.

Tekintsük át a helyiértékek rendszerét (nem a számonkérés igényével)

10^6 = millió; 10^{12} = billió; 10^{18} = trillió;

10^{24} = kvadrillió; 10^{30} = kvintillió; 10^{36} = szextillió

Egyes kultúrkörökben mást jelentenek ezek az elnevezések. *Például* az USA-ban (és Franciaországban):

10^9 = billion; 10^{12} = trillion; 10^{15} = quadrillion;

10^{18} = quintillion; 10^{21} = sextillion

A tudományok az áttekinthetőség és az egyértelműség kedvéért a normálalakot használják az ismertetett elnevezések helyett.

2. *Osztó, többszörös, oszthatóság*

A **Tk. 6.03**, illetve **B6.01, B6.02.** feladatok megoldásának megbeszélésekor kérjük a fogalmak értelmezését, fogalmaztassuk meg az oszthatósági szabályokat.

3. *Műveletek a racionális számkörben*

A feladatok megoldásához kapcsolódva beszéljük meg a zárójelek használatát, tudatosítsuk a helyes műveleti sorrendet. Indokoltassuk a feladatok megoldását.

4. *Algebrai kifejezések*

A helyettesítési értékek meghatározásakor gyakoroltassuk a zsebszámológép használatát.

5. *Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása*

   Tisztázzuk, hogy a tanulók emlékeznek-e a megoldáshalmaz, az azonosság, azonos egyenlőtlenség fogalmára.

   Hívjuk fel a tanulók figyelmét az ellenőrzésre. Ehhez most is ajánlott zsebszámológépet használni.

Függvények

Ha kellő súllyal tárgyaltuk ezt a témakört, akkor most 2 óra elegendő az átismétléséhez.

1. *Grafikonok*
2. *Lineáris függvény*

   Beszéljük meg, hogy hogyan olvasható le a kifejezésekből a grafikon meredeksége és az y tengellyel való metszéspontja. (Az $x \mapsto ax + b$ függvény esetén mi az a és a b jelentése?)
3. *Arány, arányos osztás, arányosság*

   A témakörhöz kapcsolódva ismételjük át a százalékszámítást is.

Geometria, mérés

A geometriai tananyag áttekintését célszerű az 5. fejezet ismétléséhez kapcsolni.

1. *Egybevágósági transzformációk*

   A **Tk. 6.21.** feladattal nem csak a geometriai transzformációkat ismételhetjük át, hanem kombinálva a **Tk. 6.27–6.31.** feladatokkal, a következő pontban leírt témakört is.
2. *A háromszögek csoportosítása, megszerkesztése, kerülete, területe*

   A feladatok megoldásához kapcsolódva beszéljük meg a háromszög belső szögeinek összegéről, a belső és külső szögek viszonyáról, a háromszög-egyenlőtlenségről tanultakat.
3. *Négyszögek, speciális négyszögek, kerületük, területük*

   Idéztessük fel a speciális négyszögek értelmezését, tulajdonságait, területük kiszámításának módját.

   Szükség esetén gyakoroltassuk a terület-mértékegységek átváltását
4. *A kör kerülete, területe*
5. *Az egyenes hasáb fogalma, hálója, felszíne, térfogata*

   Szükség esetén gyakoroltassuk a terület-mértékegységek átváltását

   Alkalmazzuk a tanultakat a mindennapi élettel kapcsolatos feladatokban.
6. *Az egyenes körhenger fogalma, hálója, felszíne, térfogata*

   Alkalmazzuk a tanultakat a mindennapi élettel kapcsolatos feladatokban.